



ulm university universität
uulm

Versuch 18: Beugung

Praktikum der Physik

Oliver Heinrich <oliver.heinrich@uni-ulm.de>

Bernd Kugler <berndkugler@web.de>

L2

22.Juni.2007

Abgabe: 26.Juni 2006

Betreuer: Markus Kehr

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Die Maxwell-Gleichungen	3
1.2	Beugung	3
1.2.1	Beugung am Einfachspalt	3
1.2.2	Beugung am optischen Gitter	6
1.2.3	Fresnel-Beugung	6
2	Versuchsbeschreibung	7
2.1	Beugung am Einzelspalt	7
2.2	Beugung am optischen Gitter	8
2.3	Fresnel-Zonen	8
3	Versuchsauswertung	9
3.1	Fehlerformeln	9
3.1.1	Einzelspalt	9
3.1.2	Gitter	9
3.1.3	Fresnel-Zonen	9
3.2	Beugung am Einzelspalt	9
3.2.1	Visuelle Methode	9
3.2.2	Photometrische Methode	9
3.3	Beugung am optischen Gitter	10
3.3.1	2,50 m	11
3.3.2	3,00 m	11
3.4	Fresnel-Zonen	11
4	Literaturverzeichnis	12

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Die Maxwell-Gleichungen

Die vier Maxwell-Gleichungen spielen für diesen Versuch eine große Rolle, denn aus ihnen kann man die Wellengleichung elektromagnetischer Wellen herleiten. Diese Gleichungen lauten:

- $\operatorname{div}\vec{D} = \rho$

Diese Gleichung besagt, dass das D-Feld ein Quellenfeld ist. Die Ladung ist die Ursache des elektrischen Feldes. ρ ist die Ladungsdichte.

- $\operatorname{div}\vec{B} = 0$

Die Aussage dieser Gleichung ist, dass das B-Feld quellenfrei ist. Man kann also laut dieser Formel keine magnetischen Monopole finden. Diese Gleichung kann man sich leicht veranschaulichen, wenn man sich einen Magneten anschaut. Zeichnet man alle Magnetfeldlinien ein, so sieht man, dass jede Feldlinie, die aus dem Magnet kommt, auch wieder im Magnet endet.

- $\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

Hinter dieser Gleichung steckt das Induktionsgesetz von Faraday. Es besagt, dass jede Änderung des B-Feldes ein elektrisches Gegenfeld induziert. Die Wirbel des elektrischen Feldes sind von der zeitlichen Änderung der magnetischen Induktion abhängig.

- $\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t}$

Hinter der vierten Maxwell-Gleichung verbirgt sich das Durchflutungsgesetz. Die Wirbel des Magnetfeldes hängen von der elektrischen Leitungsstromdichte j und von der elektrischen Flussdichte D ab.

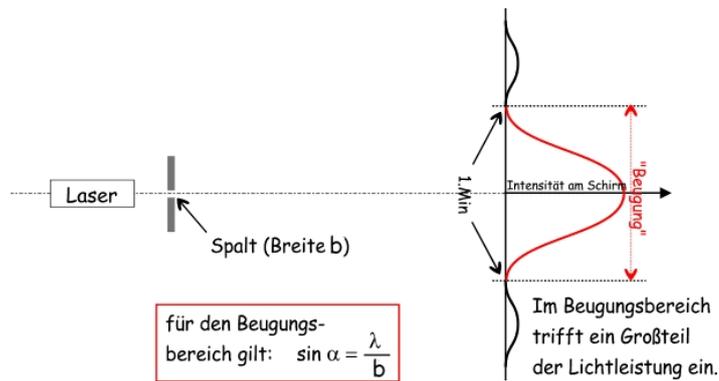
Ein wesentlicher Unterschied zwischen elektromagnetischen (Licht, ...) und mechanischen Wellen (Schall, Wasser, ...) ist, dass die elektromagnetischen Wellen kein Trägermedium benötigen, sie sich also auch im Vakuum ausbreiten können. Dieser fundamentale Befund erfolgte durch das Michelson-Morley-Experiment.

1.2 Beugung

Unter Beugung versteht man in der Optik die Ablenkung von Licht beim Durchgang durch begrenzenden Öffnungen oder beim Vorbeigang an Kanten nicht-transmittierender Medien. Dadurch kann man Licht im geometrischen Schattenraum beobachten, welches durch die geometrische Optik nicht erklärbar ist.

1.2.1 Beugung am Einfachspalt

Beleuchtet man einen Einfachspalt mit kohärentem Licht, so ergibt sich folgendes Interferenzmuster:



=> je kleiner d , desto größer α , größerer "Leuchtfleck" (Beugungsfigur)

Abbildung 1: Beugungsmuster

Dieses Muster kann man aus folgender Überlegung ableiten:

Geht Licht in Form einer *ebenen Welle* durch einen Spalt der Breite b , so kann man sich jeden Raumpunkt P_i im Spalt als Ausgangspunkt einer Kugelwelle, nach dem Huygenschen Prinzip, vorstellen.

Betrachtet man das gesamte Wellenpaket, das durch den Spalt geht, so haben alle Wellen keine Phasenverschiebung zueinander, der Gangunterschied Δs ist Null. Sie gehen geradeaus weiter. So ergibt sich das *Hauptmaximum* oder **0.Maximum**.

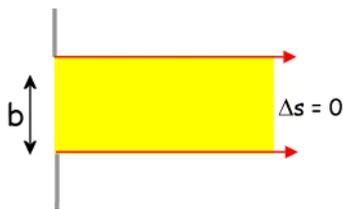


Abbildung 2: 0.Maximum

Teilt man nun das Wellenpaket, das durch den Spalt geht in zwei Teilpakete I und II auf, so haben die Randstrahlen einen Gangunterschied von $\Delta s = \lambda$. Jede Welle aus I findet eine Welle aus II, mit dem Gangunterschied $\Delta s = \frac{\lambda}{2}$. So ergibt sich eine Auslöschung aller Strahlen, das **1.Minimum** entsteht.

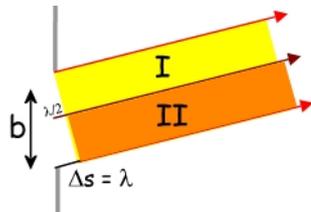


Abbildung 3: 1.Minimum

Die Auslöschung kann man an Hand von Abbildung 4 gut sehen. Nach dem Superpositionsprinzip addiert man die beiden Wellen an jeder Stelle. Somit ergibt

sich eine konstante Amplitude von Null (schwarze Gerade).

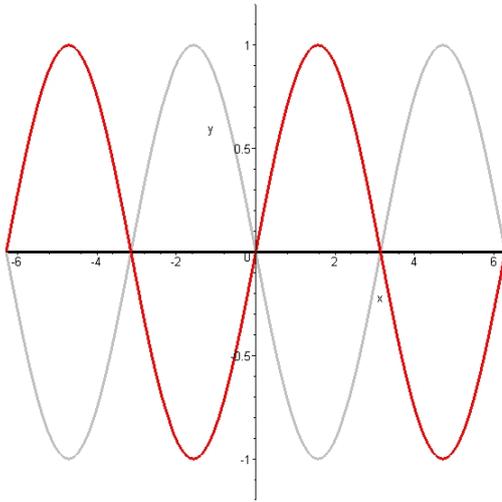


Abbildung 4: Auslöschung bei einer Phasenverschiebung von π

Teilt man das gesamte Wellenpaket nun in drei Teilpakete I, II und III, so haben die Randstrahlen einen Gangunterschied von $\Delta s = \frac{3}{2}\lambda$. Jeder Strahl aus I hat einen Strahl aus II, mit dem Gangunterschied der halben Wellenlänge, die sich so auslöschen. Jedoch bleiben dieses mal alle Strahlen aus III erhalten. So entsteht das **1.Maximum**.

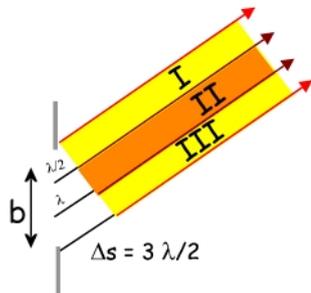


Abbildung 5: 1.Maximum

Setzt man diese Überlegung fort, erhält man das aus Abbildung 1 gezeigte Interferenzbild. Man kann sich leicht klar machen, dass die Bedingung für ein Minimum

$$\Delta s = k \cdot \lambda \quad (1)$$

ist und die Bedingung

$$\Delta s = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad (2)$$

für ein Maximum gilt, wobei $k \in \mathbb{N}$. Nun wollen wir uns noch ein bisschen mit der Geometrie des Spaltes beschäftigen. Dazu hilft uns Abbildung 6.

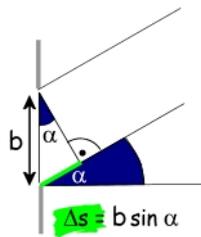


Abbildung 6: Geometrie des Spaltes

Man sieht, dass für den Gangunterschied Δs , also diese Länge, die ein Randstrahl weiter zurücklegt, als ein anderer, die Bedingung (3) gilt.

$$\Delta s = b \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

Hierbei ist b die Breite des Spaltes. Also erhalten wir für $k \in \mathbb{N}$ das k -te **Minimum** für

$$k \cdot \lambda = \sin \alpha \cdot b \quad (4)$$

und das k -te **Maximum** für

$$\left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda = \sin \alpha \cdot b \quad (5)$$

. Bei $\alpha = 0^\circ$ ergibt sich das *Hauptmaximum*.

1.2.2 Beugung am optischen Gitter

Ein optisches Gitter nennt man eine periodische Anordnung paralleler, äquidistanter Spalte, deren gegenseitiger Abstand in der Größenordnung der Lichtwellenlänge λ liegt. Dieser Abstand heißt Gitterkonstante g . Ein Gitter ist also eine Aneinanderreihung von vielen Einfachspalten. Nun erhält man für Maxima folgende Bedingung

$$k \cdot \lambda = \sin \alpha \cdot g \quad (6)$$

mit $k \in \mathbb{N}_0$. Man sieht, dass die Bedingung für Maxima am optischen Gitter (6) die gleiche ist wie für Minima am Einfachspalt. Da es bei unserem Versuchsaufbau einfacher ist, die Abstände der Maxima oder Minima, d_k , und den Abstand zwischen Spalt und Wand, l , zu messen, als den Beugungswinkel α , wollen wir das α ersetzen. Es gilt:

$$\tan \alpha = \frac{d_k}{l} \Leftrightarrow \alpha = \arctan \frac{d_k}{l} \quad (7)$$

1.2.3 Fresnel-Beugung

Bei der *Fresnel-Beugung* betrachtet man nicht mehr eine parallele Lichtquelle (Fraunhofer-Beugung), wie in Abschnitt 1.2.1 und 1.2.2, sondern eine punktförmige, also divergente. Legt man eine imaginäre Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung zwischen die Lichtquelle A und den Beobachtungsschirm B, so kann man diese Ebene in *Fresnel-Zonen* einteilen. Das Licht, das von dieser Zone aus kommt, erreicht B

mit dem Gangunterschied von λ . Geometrisch lässt sich folgende Beziehung leicht herleiten:

$$\sqrt{a^2 + C^2} + \sqrt{b^2 + C^2} - (a + b) = k \cdot \lambda \quad (8)$$

a ist der Abstand von A zur Ebene und b der Abstand von der Ebene zu B. C ist der Abstand von dem Durchstoßpunkt des geraden Strahls von A zu B durch die Ebene zu einem Punkt in der Fresnel-Zone (siehe Abbildung 7).

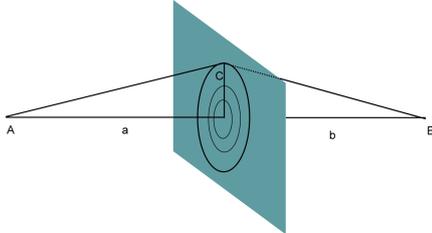


Abbildung 7: Fresnel-Beugung

Falls die Ebene eine Lochblende ist, so ist C der Radius des Loches. Da die Wellenlänge λ im Vergleich zu a und b klein ist, lässt sich $\sqrt{a^2 + C^2}$ und $\sqrt{b^2 + C^2}$ nähern zu:

$$\sqrt{a^2 + C^2} = a\sqrt{1 + \frac{C^2}{a^2}} \approx a\left(1 + \frac{C^2}{2a^2}\right) \quad \sqrt{b^2 + C^2} = b\sqrt{1 + \frac{C^2}{b^2}} \approx b\left(1 + \frac{C^2}{2b^2}\right) \quad (9)$$

Setzt man die Näherung (9) in (8) ein, erhält man:

$$\frac{C^2}{2a} + \frac{C^2}{2b} = k \cdot \lambda$$

Verschiebt man nun die Blende entlang der AB-Achse so, dass aus einem Minimum ein Maximum und dann wieder ein Minimum im Punkt B wird, so gilt:

$$(k + 1) \cdot \lambda = \frac{C^2}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right) \quad k \cdot \lambda = \frac{C^2}{2} \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \right)$$

Und daraus folgt für die Wellenlänge λ durch Subtraktion:

$$\lambda = \frac{C^2}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} - \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} \right) \quad (10)$$

2 Versuchsbeschreibung

Insgesamt führten wir drei Versuche durch, die alle die Bestimmung der Wellenlänge λ eines Lasers zum Ziel hatten.

2.1 Beugung am Einzelspalt

Bei diesem Versuchsteil stellten wir einen Laser und einen Einzelspalt in eine optische Bank. Durch beleuchten des Spaltes mit dem Laser ergab sich an der Wand ein charakteristisches Beugungsmuster. Es waren neben einem etwas breiterem Hauptmaximum, der rote Balken in der Mitte, noch einige dünnere Maxima zu sehen. Dazwischen waren immer die Minima. Unsere Aufgabe war es nun, den Abstand

zwischen dem Nullpunkt in der Mitte und dem k -ten Minimum zu messen. Dieser Abstand heißt im Folgenden d_k . Eine andere Methode war, mit Hilfe eines Photodetektors die Intensität des Beugungsbildes zu messen. An dem Photodetektor war ein Voltmeter angeschlossen, womit man ablesen konnte wie stark eine Stelle beleuchtet war. So bekommt man auch die Abstände d_k von der Mitte zum k -ten Minimum. Um nun die Wellenlänge λ des Lasers bei beiden Teilen zu berechnen, nutzt man folgende Formel, die sich aus (6) und (7) ergibt:

$$\lambda = \frac{b}{k} \cdot \sin(\arctan(\frac{d_k}{l})) \quad (11)$$

Hierbei ist b die Spaltbreite und l der Abstand des Spaltes zur Wand.

2.2 Beugung am optischen Gitter

Beleuchtet man ein optisches Gitter mit einem Laser, so ergibt sich ebenfalls ein Interferenzbild an der Wand. Die Maxima sind allerdings schärfer wie beim Einzelspalt. Bei dem verwendeten optischen Gitter ergab sich ein Bild, bei dem die Maxima recht weit auseinander waren. Wir mussten also den Abstand der Maxima zum nullten Maximum, also dem roten Punkt in der Mitte, messen. Dieser Abstand wird nun mit d_k bezeichnet. Die Auswerteformel zur Berechnung der Wellenlänge λ lautet nun:

$$\lambda = \frac{g}{k} \cdot \sin(\arctan(\frac{d_k}{l})) \quad (12)$$

In dieser Formel steht g für die Gitterkonstante, also die Anzahl der Spalte pro Längeneinheit. Die Formel ergibt sich durch Einsetzen von (7) in (6).

2.3 Fresnel-Zonen

Bei diesem Versuchsteil klebten wir eine Sammellinse direkt vor den Laser. Diese fokusierte das Licht genau in dem Brennpunkt und machte nach dem Fokus aus dem parallelen Laserlicht divergentes Licht. Nun wurde ein ein Revolver in die optische Bank gestellt, der ein kleines Loch besaß. Dieses wurde mit divergenten Laserstrahl beleuchtet. An der Wand ergab sich ein ringförmiges Beugungsmuster. Durch Verschieben der Blende ist einmal ein Minimum in der Mitte (unbeleuchtet), einmal ein Maximum (beleuchtet). Wir mussten nun den Abstand vom Brennpunkt der Linse zur Blende, a genannt, und den Abstand von der Blende zur Wand, b , messen. Und das genau dann, wenn aus einem Minimum ein Maximum wird. Also vereinfacht gesagt, mussten wir den Abstand zwischen zwei Minima messen. Die Auswerteformel für λ lautet:

$$\lambda = \frac{C^2}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} - \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} \right) \quad (13)$$

Wobei C den Radius des Blendenloches darstellt. Die Indizes beziehen sich immer auf die Wertepaare, bei denen ein Minimum vorlag.

3 Versuchsauswertung

3.1 Fehlerformeln

3.1.1 Einzelspalt

$$\Delta\lambda = \Delta d_k \cdot \left| \frac{\partial\lambda}{\partial d_k} \right| + \Delta b \cdot \left| \frac{\partial\lambda}{\partial b} \right| + \Delta l \cdot \left| \frac{\partial\lambda}{\partial l} \right| \quad (14)$$

3.1.2 Gitter

$$\Delta\lambda = \Delta d_k \cdot \left| \frac{\partial\lambda}{\partial d_k} \right| + \Delta l \cdot \left| \frac{\partial\lambda}{\partial l} \right| \quad (15)$$

3.1.3 Fresnel-Zonen

$$\Delta\lambda = \Delta a_1 \cdot \frac{1}{2a_1^2} + \Delta b_1 \cdot \frac{1}{2b_1^2} + \Delta a_2 \cdot \frac{1}{2a_2^2} + \Delta b_2 \cdot \frac{1}{2b_2^2} \quad (16)$$

3.2 Beugung am Einzelspalt

Die Spaltbreite des Einzelspaltess wurde durch eine Fühlerlehre bestimmt. Sie betrug $(0,15 \pm 3)$ mm. Der Abstand l zwischen Spalt und Wand betrug $(2,211 \pm 0,005)$ m. Die Wellenlänge des Lasers beträgt 633 nm.

3.2.1 Visuelle Methode

Die d_k wurden gemessen. Daraus ergeben sich mit Formel (11) die Wellenlängen λ .

k	d_k in m	λ in nm
1	0,009	610,578
2	0,0195	661,44
3	0,0285	644,451
4	0,0385	652,886
5	0,0475	644,356

Bildet man den Mittelwert der Wellenlängen, so ergibt sich: $\lambda = (642,742 \pm 12,4)$ nm. Der absolute Fehler beträgt 9,74 nm, der relative Fehler ergibt 1,54 %. Dieser Wert ist sehr zufriedenstellend, auch weil es schwierig war die Minima, die schon eine Ausmessung hatten, immer gleich genau zu lokalisieren.

3.2.2 Photometrische Methode

Trägt man die am Photodetektor gemessene Spannung über der Position des Photodetektors auf, erhält man folgendes Schaubild:

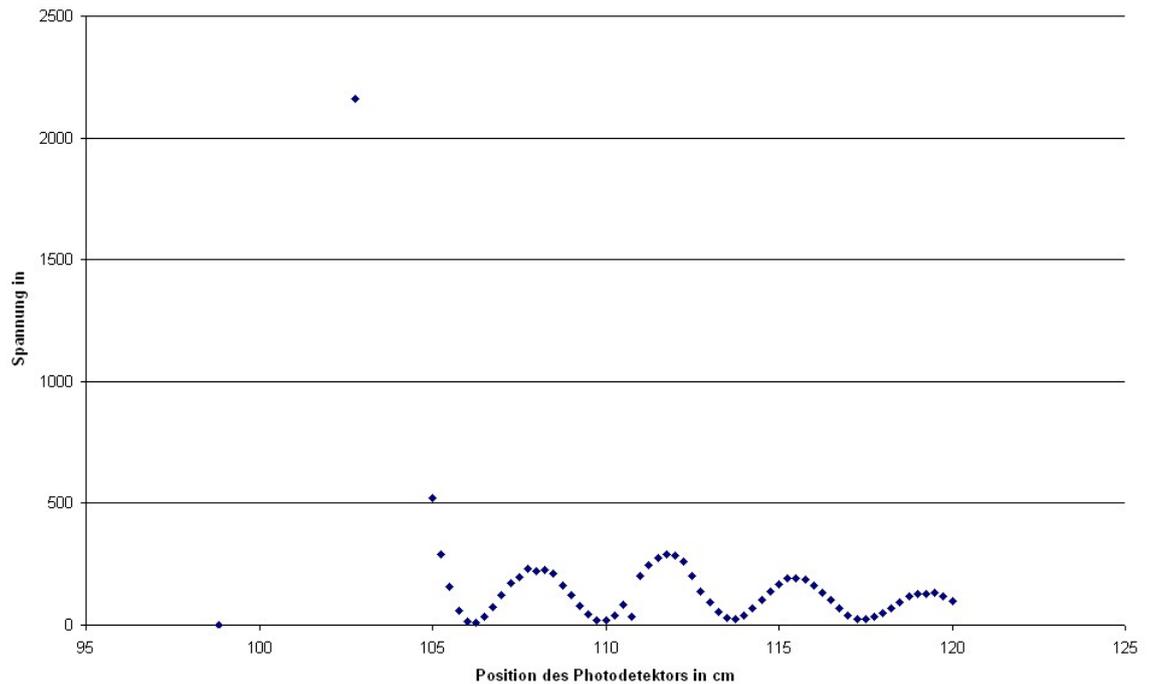


Abbildung 8: Photometrische Methode

Nun muss man die Abstände der Minima zum Nullpunkt anhand der Abbildung 8 bestimmen. Dazu muss man zusätzlich wissen, dass der Nullpunkt, also die Mitte des nullten Maximums bei der Stellung 102,78 war. Es ergibt sich:

k	d_k in mm	λ in nm
1	3,47	575,134
2	7,22	598,324
3	10,97	606,033
4	14,72	609,864

Die Auswertung erfolgt mit der Formel (11). Der Abstand l zwischen dem Spalt und dem Photodetektor ist $(0,905 \pm 0,005)$ m. Der Mittelwert von λ beträgt: $(597,339 \pm 21,4)$ nm. Die absolute Abweichung vom tatsächlichen Wert ist 35,7 nm, die relative 5,63 %.

3.3 Beugung am optischen Gitter

Diesen Versuch führten wir mit zwei unterschiedlichen Abständen zwischen dem Gitter und der Wand durch. Die Gitterkonstante g hatte bei beiden Abständen den Wert $g = 10^{-5}m^{-1}$. Die Messungenaugigkeit des Abstandes vom Gitter zur Wand betrug: $\Delta l = 0,005$ m. Zur Berechnung der Wellenlänge nutzt man Formel (12).

3.3.1 2,50 m

k	Abstand benachbarter Maxima links in cm	Abstand benachbarter Maxima rechts in cm
1	15,7	15,9
2	16,2	16,1
3	16,4	16,5
4	17,3	
5	18,0	
6	19,5	
7	21,2	
8	23,3	
9	27,2	

Die gemittelten Berechnungen ergeben: $\lambda = (618,956 \pm 32,8)$ nm. Die absolute Abweichung vom Mittelwert beträgt 14 nm, die relative Abweichung 2,22 %.

3.3.2 3,00 m

k	Abstand benachbarter Maxima links in cm	Abstand benachbarter Maxima rechts in cm
1	19,2	18,9
2	19,3	19,3
3	19,6	
4	20,9	
5	21,8	
6	23,5	
7	25,7	

Mit Formel (12) erhalten wir damit eine gemittelte Wellenlänge von $\lambda = (695,291 \pm 43,7)$ nm. Für den absoluten bzw. relativen Fehler ergibt sich 62,3 nm bzw. 9,84 %. Ein Problem dieser Methode war unsere ungünstige Messung. Wie maßen immer den Abstand benachbarter Maxima. Somit fiel ein größerer Messfehler an, als hätten wir immer den Abstand zum Nullpunkt gemessen. Insgesamt kann man aber sagen, dass die Messung dennoch befriedigend war.

3.4 Fresnel-Zonen

i	a_i in m	b_i in m	λ in nm
1	0,075	2,512	589,26
2	0,089	2,498	691,869
3	0,114	2,473	590,425
4	0,15	2,437	626,816
5	0,226	2,361	

Gemittelt ergibt sich für die Wellenlänge: $\lambda = (624,593 \pm 11,37)$ nm

Die absolute Abweichung von der tatsächlichen Wellenlänge ist 8,41 nm und die absolute 1,33 %.

Die genaueste Methode war die Fresnel-Beugung. Bei dieser Methode konnte man sehr gut erkennen, ob in der Mitte des Interferenzbildes ein Minimum oder ein Maximum vorlag. Bei den anderen visuellen Methoden konnte man die Minima und Maxima auch sehr gut erkennen, jedoch waren sie breiter aufgelöst. So war es schwierig immer den selben Punkt, also z.B. immer die Mitte eines Maximums, zu berücksichtigen. Überraschend schlecht war die photometrische Methode. Obwohl

wir bei dieser Methode die Lichtintensität an jeder Stelle genauestens untersuchen konnten, erreichten wir mit 0,25 mm Schritten nie ein absolutes Minimum. Hätten wir nur nach diesen Minima gesucht, wäre die Messung wohl genauer ausgefallen.

4 Literaturverzeichnis

http://www.roro-seiten.de/physik/lk12/optik/einfachspalt_winkelbedingung.html

http://www.roro-seiten.de/physik/lk12/optik/einfachspalt_gangunterschied.html

Demtröder: Experimentalphysik 2, Springer, Berlin, 2004, 2. Auflage, S. 322f., S. 315-320, S. 134