



ulm university universität
uulm

Versuch III

Drehpendel

Oliver Heinrich

oliver.heinrich@uni-ulm.de

Bernd Kugler

berndkugler@web.de

12.10.2006

Abgabe: 03.11.2006

Betreuer: Alexander Berg

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Theoretische Grundlagen | 3 |
| 1.1 | Die ungedämpfte Schwingung | 3 |
| 1.2 | Die gedämpfte Schwingung | 4 |
| 1.2.1 | Schwingfall | 4 |
| 1.2.2 | aperiodischer Grenzfall | 5 |
| 1.2.3 | Kriechfall | 5 |
| 1.2.4 | Das logarithmische Dekrement | 6 |
| 1.3 | Die erzwungene gedämpfte Schwingung | 6 |
| 1.3.1 | Die Resonanzkurve | 7 |
| 1.3.2 | Die Phasenverschiebung | 8 |
| 2 | Versuchsbeschreibung | 9 |
| 2.1 | Bestimmung der Periodendauer | 9 |
| 2.2 | Gedämpfte erzwungene Schwingung bei 0,2 A | 9 |
| 2.3 | Einschwingvorgang | 10 |
| 3 | Versuchsauswertung | 10 |
| 3.1 | Gedämpfte Schwingungen | 10 |
| 3.1.1 | luftgedämpfte Schwingung | 11 |
| 3.1.2 | gedämpfte Schwingung bei 0, 2 A | 14 |
| 3.1.3 | gedämpfte Schwingung bei 0, 4 A | 16 |
| 3.2 | gedämpfte erzwungene Schwingung bei 0,2 A | 17 |
| 3.3 | Einschwingvorgang | 20 |
| 4 | Fehlerdiskussion | 24 |
| 5 | Literaturverzeichnis | 25 |

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Die ungedämpfte Schwingung

Für die Rückstellkraft gilt:

$$\vec{F}_r = -k\vec{x} \quad (1)$$

Setzt man für die Kraft die zweite Newtonsche Gleichung ein, folgt:

$$\ddot{x} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{\omega_0^2} x = 0 \quad (2)$$

Um eine Lösung für die Schwingungsgleichung (2) zu erhalten, setzt man wie folgt an:

$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (3)$$

$$x(t) = c e^{\lambda t} \quad (4)$$

Einsetzen von (4) in (2):

$$c\lambda^2 e^{\lambda t} + \omega_0^2 c e^{\lambda t} = 0 \quad (5)$$

Ausklammern:

$$c e^{\lambda t} (\lambda^2 + \omega_0^2) = 0 \quad (6)$$

$$\lambda^2 = -\omega_0^2 \quad (7)$$

$$\lambda_{1/2} = \pm \sqrt{-\omega_0^2} = \pm i\omega_0 \quad (8)$$

$$x(t) = c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t} \quad (9)$$

$$= c_1 (\cos\omega_0 t + i\sin\omega_0 t) + c_2 (\cos\omega_0 t - i\sin\omega_0 t) \quad (10)$$

$$(c_1 = c_2) \Rightarrow A \cos\omega_0 t \quad (11)$$

1.2 Die gedämpfte Schwingung

Die allgemeine Schwingungsgleichung der gedämpften Schwingung lautet:

$$\ddot{x} + \underbrace{\frac{2\delta}{m}}_{\beta} \dot{x} + \underbrace{\frac{\omega_0^2}{m}}_k x = 0 \quad (12)$$

δ beschreibt die Dämpfungskonstante.

Der Lösungsansatz ist der selbe, wie unter 1.1. Durch Einsetzen von (4) in (12) und Kürzen von $ce^{\lambda t}$ erhält man:

$$\lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (13)$$

Die Lösung von (13) ist:

$$\lambda_{1/2} = \frac{-2\delta \pm \sqrt{4\delta^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (14)$$

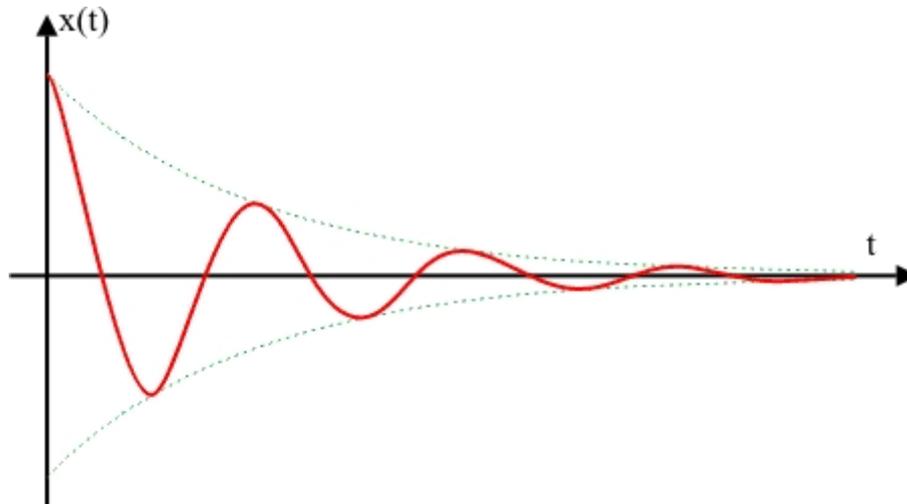
Man unterscheidet die drei auftretenden Fälle:

- $\delta^2 - \omega_0^2 < 0$ Schwingfall
- $\delta^2 - \omega_0^2 = 0$ aperiodischer Grenzfall
- $\delta^2 - \omega_0^2 > 0$ Kriechfall

1.2.1 Schwingfall

Beim Schwingfall findet nur eine schwache Dämpfung statt. Die Gleichung (15) stellt eine gedämpfte Schwingung dar, deren Amplitude $A \cdot e^{-\delta t}$ exponentiell abklingt.

Das Schaubild sieht folgendermaßen aus:



1

¹http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph11/grundwissen/08schw_gleich/daepfung.htm

$$x(t) = c_1 e^{(-\delta + \sqrt{\delta^2 + \omega_0^2})t} + c_2 e^{(-\delta - \sqrt{\delta^2 + \omega_0^2})t} \quad (15)$$

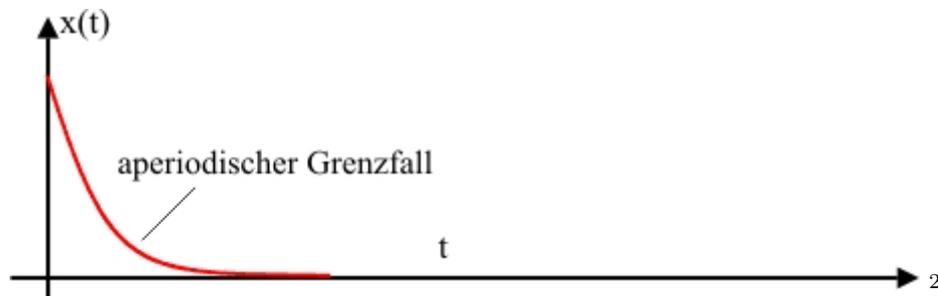
$$= c_1 e^{(-\delta + i\omega_d)t} + c_2 e^{(-\delta - i\omega_d)t} \quad (16)$$

$$i\omega_d = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (17)$$

$$\Rightarrow \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (18)$$

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \varphi) \quad (19)$$

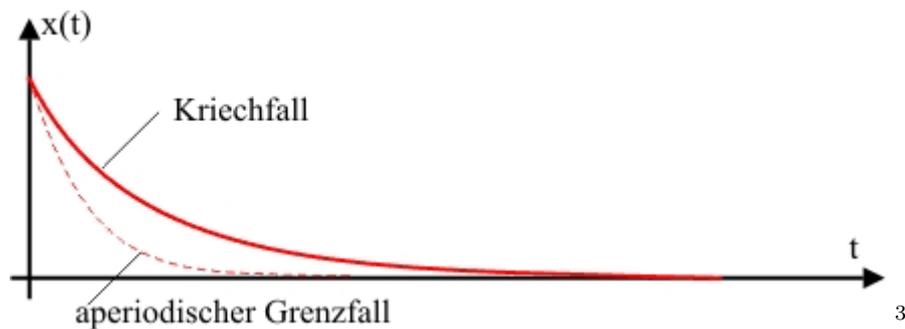
1.2.2 aperiodischer Grenzfall



$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 t e^{\lambda_2 t} = (c_1 + c_2 t) e^{-\delta t} \quad (20)$$

1.2.3 Kriechfall

Die Schwingung beim Kriechfall ist stark gedämpft. Das Schaubild sieht so aus:



²http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph11/grundwissen/08schw_gleich/daepfung.htm

³http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph11/grundwissen/08schw_gleich/daepfung.htm

$$x(t) = c_1 e^{(-\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} + c_2 e^{(-\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} \quad (21)$$

$$\Rightarrow x(t) = A e^{-\delta t} (e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}) \quad (22)$$

$$x(t) = \frac{1}{2} A e^{-\delta t} \sinh(\alpha t) \quad (23)$$

1.2.4 Das logarithmische Dekrement

Das *logarithmische Dekrement* ist ein Maß für die Dämpfung der Schwingung bzw. das Abklingen der Amplituden. Dazu betrachtet man das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden:

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t)}{A_0 e^{-\delta(t+T)} \cos(\omega(t+T))} \quad (24)$$

Logarithmiert man beide Seiten erhält man:

$$\log e^{\delta t} = \delta t = \Lambda \quad (25)$$

Λ ist das **logarithmische Dekrement**.

1.3 Die erzwungene gedämpfte Schwingung

Wird eine gedämpfte Schwingung mittels eines periodischen Oszillators mit der Erregerfrequenz ω_a angeregt, nennt man es erzwungene gedämpfte Schwingung.

$$\ddot{x} + \frac{\beta}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = F_0 \cos(\omega_a t + \varphi) \quad (26)$$

$$x(t) = x_{hom}(t) + x_{part}(t) \quad (27)$$

$$x_{hom}(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \varphi) \quad (28)$$

$$x_{part} = A(\omega_a) \cos(\omega_a t + \varphi_2) \quad (29)$$

$$A(\omega_a) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_a^2)^2 + 4\delta^2 \omega_a^2}} \quad (30)$$

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad (31)$$

1.3.1 Die Resonanzkurve

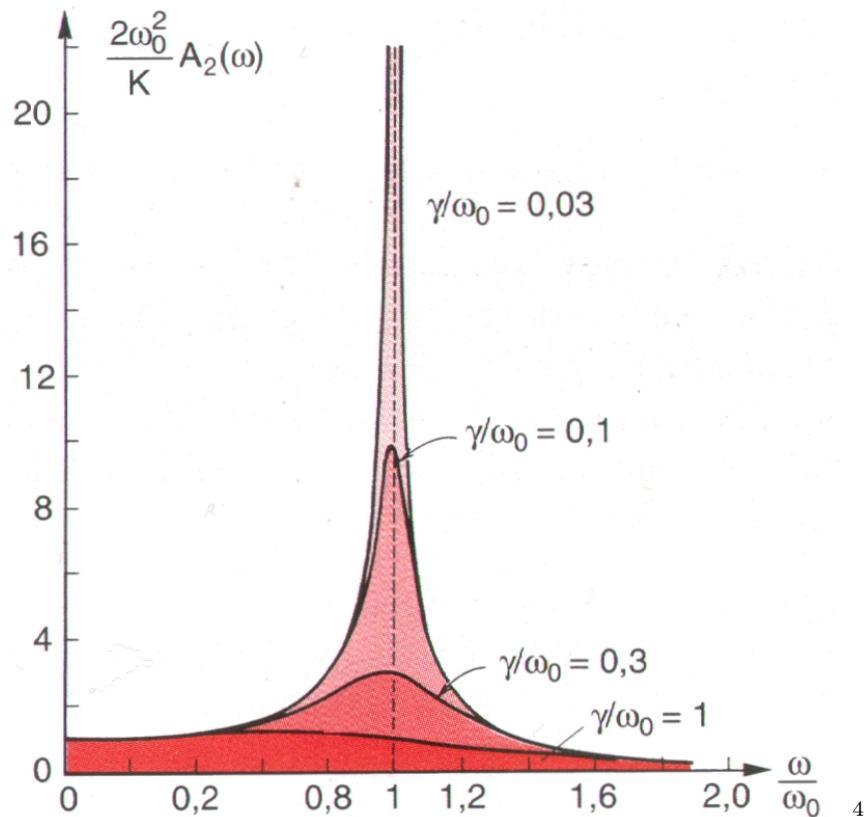
Trägt man die Schwingungsamplituden über der Erregerfrequenz von Schwingungen unterschiedlicher Dämpfung auf, so ergibt sich die *Resonanzkurve*. Die Amplitudenmaxima liegen bei:

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad (32)$$

Die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ ergibt sich als Breite der Resonanzkurve auf der Höhe von $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Es gilt:

$$\Delta\omega = 2\delta \quad (33)$$

Das Schaubild einer Resonanzkurve der erzwungenen Schwingung für verschiedene Dämpfungen. Man sieht, dass sich das Maximum mit zunehmender Dämpfung verschiebt.



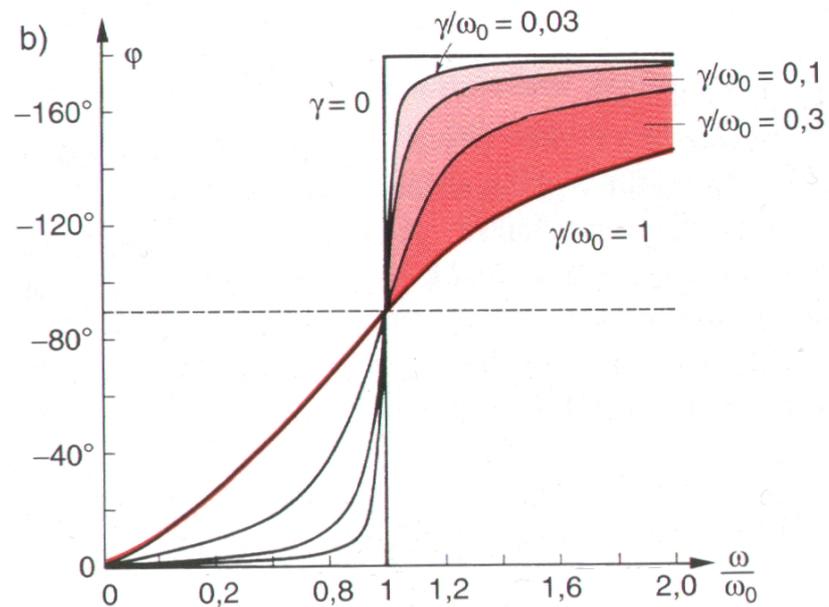
⁴Demtröder S. 354

1.3.2 Die Phasenverschiebung

Die Phasenverschiebung φ zwischen dem Erreger und dem schwingendem System sieht wie folgt aus:

$$\varphi = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2} \quad (34)$$

Das Diagramm zur Phasenverschiebung:



5

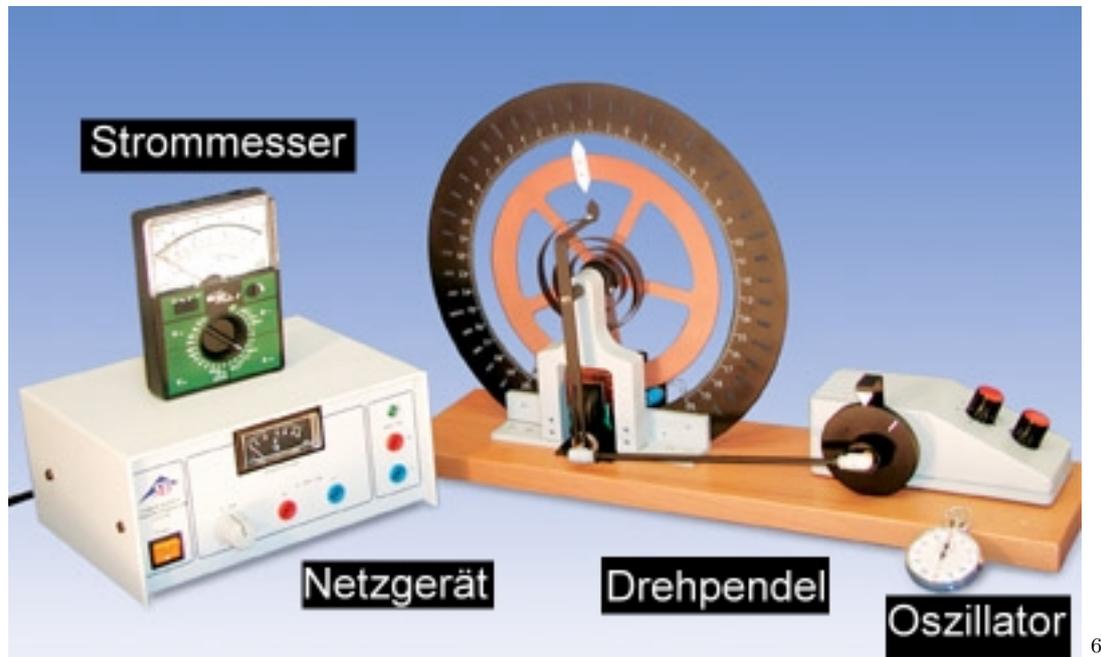
Bei $\delta = 0$ stellt der Verlauf keine Gerade dar. An der Stelle $\omega_a = \omega_0$ gilt:

$$\left(\frac{d\varphi}{d\omega_a} \right)_{\omega_a=\omega_0} = \frac{1}{\delta} \quad (35)$$

⁵Demtröder S.354

2 Versuchsbeschreibung

Der Versuchsaufbau sieht etwa wie folgt aus:



Nicht in der Abbildung ist eine Lichtschranke, die die Periodendauer auf einer Seite (links oder rechts) und die Phase messen kann.

2.1 Bestimmung der Periodendauer

Zur Bestimmung der Periodendauer wurde das Drehpendel zu einer Seite ausgelenkt und dann immer $\frac{5}{2}$ Periodendauern auf dieser Seite gemessen. Danach wurden die Amplituden auf dieser Seite abgelesen. Dies wurde auf beiden Seiten durchgeführt, weil das Drehpendel keine exakte Nullstellung hatte. Nach der reinen Luftdämpfung wurde noch eine Wirbelstrombremse, die das Drehpendel abbremste, hinzugeschaltet. Dabei wurde zunächst ein Strom von 0,2 A, danach von 0,4 A, angelegt.

2.2 Gedämpfte erzwungene Schwingung bei 0,2 A

In diesem Versuchsteil war die Wirbelstrombremse auf 0,2 A eingestellt. Bei unterschiedlichen Motoreinstellungen, also unterschiedlichen Erregerfrequenzen, wurden jeweils $\frac{5}{2}$ Periodendauern links und rechts bestimmt, außerdem die Amplituden links und rechts und die Phase. Man versuchte die Motoreinheit zu finden, bei der eine maximale Amplitude auftritt. Für jede Messung musste erst der Einschwingvorgang abgewartet werden.

⁶<http://service.owmedia.de/owshop/2/shop-2806-200404136196.jpg>

2.3 Einschwingvorgang

Beim Einschwingvorgang wurde der Oszillator auf diese Motoreinheit gestellt, bei der Resonanz auftrat. Zudem wirkte noch die Wirbelstrombremse mit 0,2 A der Bewegung des Drehpendels entgegen. Es wurden die Amplituden links und rechts abgelesen. Danach wurde der Motor so eingestellt, dass die Erregerfrequenz das 1,1-fache der Resonanzfrequenz ist. Auch hier wurden die Amplituden rechts und links abgelesen.

3 Versuchsauswertung

3.1 Gedämpfte Schwingungen

Formeln:

- das logarithmische Dekrement $\Lambda = \log\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right)$
- sie Dämpfungskonstante $\delta = \frac{\Lambda}{T}$
- Frequenz der gedämpften Schwingung $\omega_d = \frac{2\cdot\pi}{T}$
- Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\omega_d^2 + \delta^2}$

Messungenauigkeiten:

- $\Delta A = 0,4$ Skalenteile
- $\Delta T = \frac{2}{5} \text{ Impulse} = 0,0004s$

Fehlerformeln:

- $\Delta\Lambda = \Delta A \left| \frac{1}{A(t)} - \frac{1}{A(t+T)} \right|$
- $\Delta\delta = \delta \cdot \left(\frac{\Delta\Lambda}{\Lambda} + \frac{\Delta t}{t} \right)$
- $\Delta\omega_d = \Delta T \cdot \frac{2\pi}{T}$
- $\Delta\omega_0 = \Delta\omega_d \cdot \frac{\omega_d}{\omega_0} + \Delta\delta \cdot \frac{\delta}{\omega_0}$

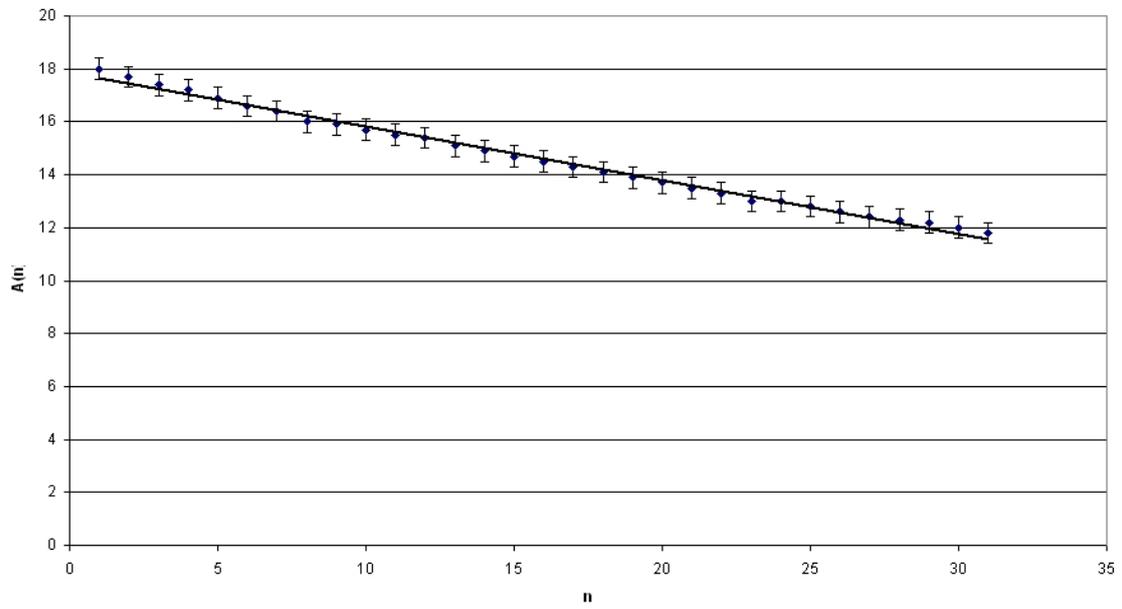
| Dämpfung | $\frac{5}{2}$ T li in Impulsen | $\frac{5}{2}$ T re in Impulsen | Impuls- zahl | T_{mittel} in s | ΔT in s | ω_d in $\frac{1}{s}$ | $\Delta\omega_d$ in $\frac{1}{s}$ | ω_0 in $\frac{1}{s}$ | $\Delta\omega_0$ in $\frac{1}{s}$ |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| Luft | 4796 | 4787 | 1000 | 1,917 | 0,0004 | 3,278 | 0,0007 | 3,278 | 0,0007 |
| 0,2 A | 4807 | 4788 | 1000 | 1,919 | 0,0004 | 3,274 | 0,0007 | 3,275 | 0,0009 |
| 0,4 A | 4845 | 4760 | 1000 | 1,921 | 0,0004 | 3,271 | 0,0007 | 3,284 | 0,0122 |

3.1.1 luftgedämpfte Schwingung

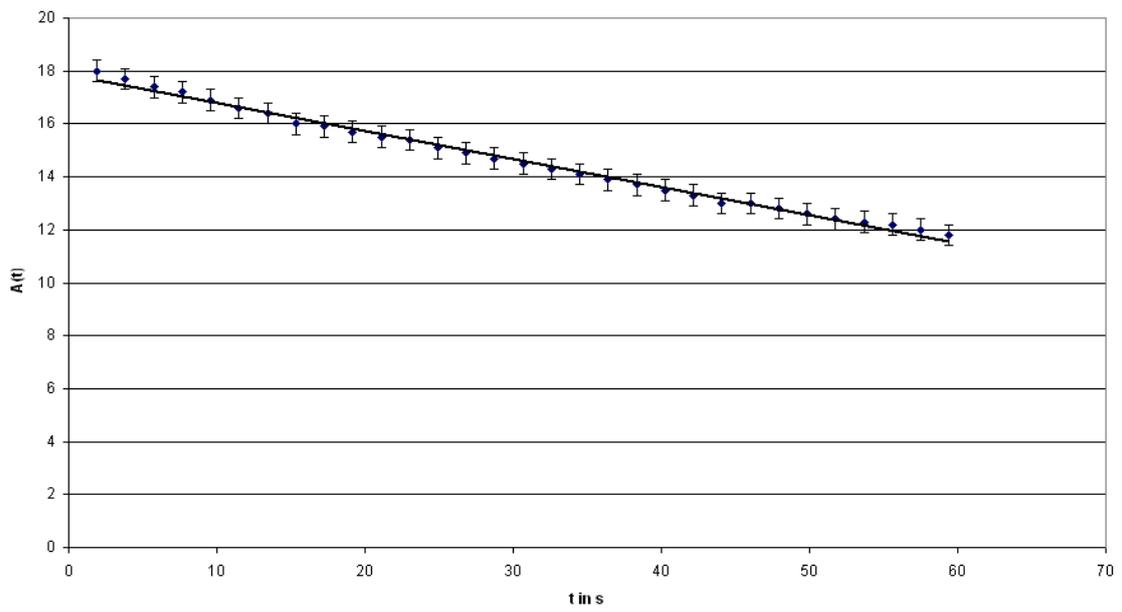
| Amplituden in Skalenteilen | | | |
|----------------------------|-------|--------|------------|
| | links | rechts | Mittelwert |
| | 18,0 | 18,0 | 18,0 |
| | 17,6 | 17,8 | 17,7 |
| | 17,2 | 17,6 | 17,4 |
| | 17,0 | 17,4 | 17,2 |
| | 16,8 | 17,0 | 16,9 |
| | 16,6 | 16,6 | 16,6 |
| | 16,4 | 16,4 | 16,4 |
| | 16,0 | 16,0 | 16,0 |
| | 15,8 | 16,0 | 15,9 |
| | 15,6 | 15,8 | 15,7 |
| | 15,4 | 15,6 | 15,5 |
| | 15,4 | 15,4 | 15,4 |
| | 15,0 | 15,2 | 15,1 |
| | 14,8 | 15,0 | 14,9 |
| | 14,6 | 14,8 | 14,7 |
| | 14,4 | 14,6 | 14,5 |
| | 14,2 | 14,4 | 14,3 |
| | 14,0 | 14,2 | 14,1 |
| | 13,8 | 14,0 | 13,9 |
| | 13,6 | 13,8 | 13,7 |
| | 13,4 | 13,6 | 13,5 |
| | 13,2 | 13,4 | 13,3 |
| | 13,0 | 13,0 | 13,0 |
| | 13,0 | 13,0 | 13,0 |
| | 12,8 | 12,8 | 12,8 |
| | 12,6 | 12,6 | 12,6 |
| | 12,4 | 12,4 | 12,4 |
| | 12,4 | 12,2 | 12,3 |
| | 12,2 | 12,2 | 12,2 |
| | 12,0 | 12,0 | 12,0 |
| | 11,8 | 11,8 | 11,8 |

| t in s | $A(t)_{mittel}$ in Skalenteilen | $\frac{A_n}{A_{n+1}}$ | Λ | $\delta in s^{-1}$ | $\Delta\Lambda$ | $\Delta\delta in s^{-1}$ | ω_0 in s^{-1} |
|--------------|---------------------------------|-----------------------|---------------|--------------------|-----------------|--------------------------|------------------------|
| 1,92 | 18,0 | 1,0169 | 0,01681 | 0,00877 | 0,00051 | 0,00051 | 3,278 |
| 3,83 | 17,7 | 1,0172 | 0,01709 | 0,00892 | 0,00053 | 0,00053 | 3,278 |
| 5,75 | 17,4 | 1,0116 | 0,01156 | 0,00603 | 0,00027 | 0,00027 | 3,278 |
| 7,67 | 17,2 | 1,0178 | 0,01760 | 0,00918 | 0,00028 | 0,00028 | 3,278 |
| 9,58 | 16,9 | 1,0181 | 0,01791 | 0,00935 | 0,00029 | 0,00029 | 3,278 |
| 11,50 | 16,6 | 1,0122 | 0,01212 | 0,00632 | 0,00029 | 0,00029 | 3,278 |
| 13,42 | 16,4 | 1,0250 | 0,02469 | 0,01288 | 0,00061 | 0,00061 | 3,278 |
| 15,33 | 16,0 | 1,0063 | 0,00627 | 0,00327 | 0,00032 | 0,00032 | 3,278 |
| 17,25 | 15,9 | 1,0127 | 0,01266 | 0,00660 | 0,00032 | 0,00032 | 3,278 |
| 19,17 | 15,7 | 1,0129 | 0,01282 | 0,00669 | 0,00033 | 0,00033 | 3,278 |
| 21,08 | 15,5 | 1,0065 | 0,00647 | 0,00338 | 0,00000 | 0,00000 | 3,278 |
| 23,00 | 15,4 | 1,0199 | 0,01967 | 0,01026 | 0,00069 | 0,00069 | 3,278 |
| 24,92 | 15,1 | 1,0134 | 0,01333 | 0,00696 | 0,00036 | 0,00036 | 3,278 |
| 26,83 | 14,9 | 1,0136 | 0,01351 | 0,00705 | 0,00037 | 0,00037 | 3,278 |
| 28,75 | 14,7 | 1,0138 | 0,01370 | 0,00715 | 0,00038 | 0,00038 | 3,278 |
| 30,67 | 14,5 | 1,0140 | 0,01389 | 0,00725 | 0,00039 | 0,00039 | 3,278 |
| 32,58 | 14,3 | 1,0142 | 0,01408 | 0,00735 | 0,00040 | 0,00040 | 3,278 |
| 34,50 | 14,1 | 1,0144 | 0,01429 | 0,00745 | 0,00041 | 0,00041 | 3,278 |
| 36,42 | 13,9 | 1,0146 | 0,01449 | 0,00756 | 0,00043 | 0,00043 | 3,278 |
| 38,33 | 13,7 | 1,0148 | 0,01471 | 0,00767 | 0,00044 | 0,00044 | 3,278 |
| 40,25 | 13,5 | 1,0150 | 0,01493 | 0,00779 | 0,00045 | 0,00045 | 3,278 |
| 42,17 | 13,3 | 1,0231 | 0,02281 | 0,01190 | 0,00047 | 0,00047 | 3,278 |
| 44,08 | 13,0 | 1,0000 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | - | 3,278 |
| 46,00 | 13,0 | 1,0156 | 0,01550 | 0,00809 | 0,00048 | 0,00048 | 3,278 |
| 47,92 | 12,8 | 1,0159 | 0,01575 | 0,00822 | 0,00050 | 0,00050 | 3,278 |
| 49,83 | 12,6 | 1,0161 | 0,01600 | 0,00835 | 0,00051 | 0,00051 | 3,278 |
| 51,75 | 12,4 | 1,0081 | 0,00810 | 0,00422 | 0,00000 | 0,00000 | 3,278 |
| 53,66 | 12,3 | 1,0082 | 0,00816 | 0,00426 | 0,00053 | 0,00053 | 3,278 |
| 55,58 | 12,2 | 1,0167 | 0,01653 | 0,00862 | 0,00055 | 0,00055 | 3,278 |
| 57,50 | 12,0 | 1,0169 | 0,01681 | 0,00877 | 0,00056 | 0,00057 | 3,278 |
| Mittelwerte: | | 1,0142 | 0,0141 | 0,0073 | 0,0004 | 0,0004 | 3,278 |

luftgedämpfter Amplitudenverlauf



luftgedämpfter Amplitudenverlauf

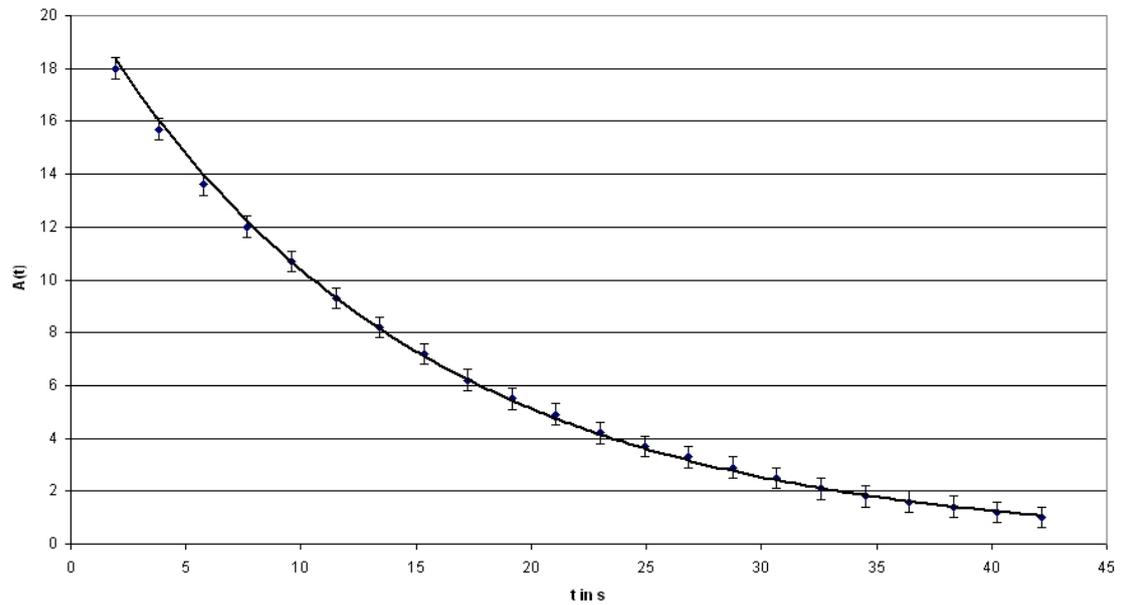


3.1.2 gedämpfte Schwingung bei 0, 2 A

| Amplituden in Skalenteilen | | |
|----------------------------|--------|------------|
| links | rechts | Mittelwert |
| 18,0 | 18,0 | 18,0 |
| 15,8 | 15,6 | 15,7 |
| 13,4 | 13,8 | 13,6 |
| 12,0 | 12,0 | 12,0 |
| 10,6 | 10,8 | 10,7 |
| 9,2 | 9,4 | 9,3 |
| 8,2 | 8,2 | 8,2 |
| 7,2 | 7,2 | 7,2 |
| 6,2 | 6,2 | 6,2 |
| 5,6 | 5,4 | 5,5 |
| 4,8 | 5,0 | 4,9 |
| 4,2 | 4,2 | 4,2 |
| 3,8 | 3,6 | 3,7 |
| 3,4 | 3,2 | 3,3 |
| 3,0 | 2,8 | 2,9 |
| 2,6 | 2,4 | 2,5 |
| 2,2 | 2,0 | 2,1 |
| 1,8 | 1,8 | 1,8 |
| 1,6 | 1,6 | 1,6 |
| 1,4 | 1,4 | 1,4 |
| 1,2 | 1,2 | 1,2 |
| 1,0 | 1,0 | 1,0 |

| t in s | $A(t)_{mittel}$ in Skalenteilen | $\frac{A_n}{A_{n+1}}$ | Λ | δ in s^{-1} | $\delta\Lambda$ | $\Delta\delta$ in s^{-1} | ω_0 in s^{-1} |
|--------|---------------------------------|-----------------------|--------------|----------------------|-----------------|----------------------------|------------------------|
| 1,92 | 18,0 | 1,146 | 0,137 | 0,071 | 0,003 | 0,002 | 3,275 |
| 3,84 | 15,7 | 1,154 | 0,144 | 0,075 | 0,004 | 0,002 | 3,275 |
| 5,76 | 13,6 | 1,133 | 0,125 | 0,065 | 0,004 | 0,002 | 3,275 |
| 7,68 | 12,0 | 1,121 | 0,115 | 0,060 | 0,004 | 0,002 | 3,275 |
| 9,60 | 10,7 | 1,151 | 0,140 | 0,073 | 0,006 | 0,003 | 3,275 |
| 11,51 | 9,3 | 1,134 | 0,126 | 0,066 | 0,006 | 0,003 | 3,275 |
| 13,43 | 8,2 | 1,139 | 0,130 | 0,068 | 0,007 | 0,004 | 3,275 |
| 15,35 | 7,2 | 1,161 | 0,150 | 0,078 | 0,009 | 0,005 | 3,275 |
| 17,27 | 6,2 | 1,127 | 0,120 | 0,062 | 0,008 | 0,004 | 3,275 |
| 19,19 | 5,5 | 1,122 | 0,116 | 0,060 | 0,009 | 0,005 | 3,275 |
| 21,11 | 4,9 | 1,167 | 0,154 | 0,080 | 0,014 | 0,007 | 3,275 |
| 23,03 | 4,2 | 1,135 | 0,127 | 0,066 | 0,013 | 0,007 | 3,275 |
| 24,95 | 3,7 | 1,121 | 0,114 | 0,060 | 0,013 | 0,007 | 3,275 |
| 26,87 | 3,3 | 1,138 | 0,129 | 0,067 | 0,017 | 0,009 | 3,275 |
| 28,79 | 2,9 | 1,160 | 0,148 | 0,077 | 0,022 | 0,012 | 3,275 |
| 30,70 | 2,5 | 1,190 | 0,174 | 0,091 | 0,030 | 0,016 | 3,275 |
| 32,62 | 2,1 | 1,167 | 0,154 | 0,080 | 0,032 | 0,017 | 3,275 |
| 34,54 | 1,8 | 1,125 | 0,118 | 0,061 | 0,028 | 0,014 | 3,275 |
| 36,46 | 1,6 | 1,143 | 0,134 | 0,070 | 0,036 | 0,019 | 3,275 |
| 38,38 | 1,4 | 1,167 | 0,154 | 0,080 | 0,048 | 0,025 | 3,275 |
| 40,30 | 1,2 | 1,200 | 0,182 | 0,095 | 0,067 | 0,035 | 3,2755 |
| 42,22 | 1,0 | | | | | | |
| | Mittelwerte | 1,148 | 0,138 | 0,072 | 0,018 | 0,009 | 3,275 |

Amplitudenverlauf bei 0,2 A

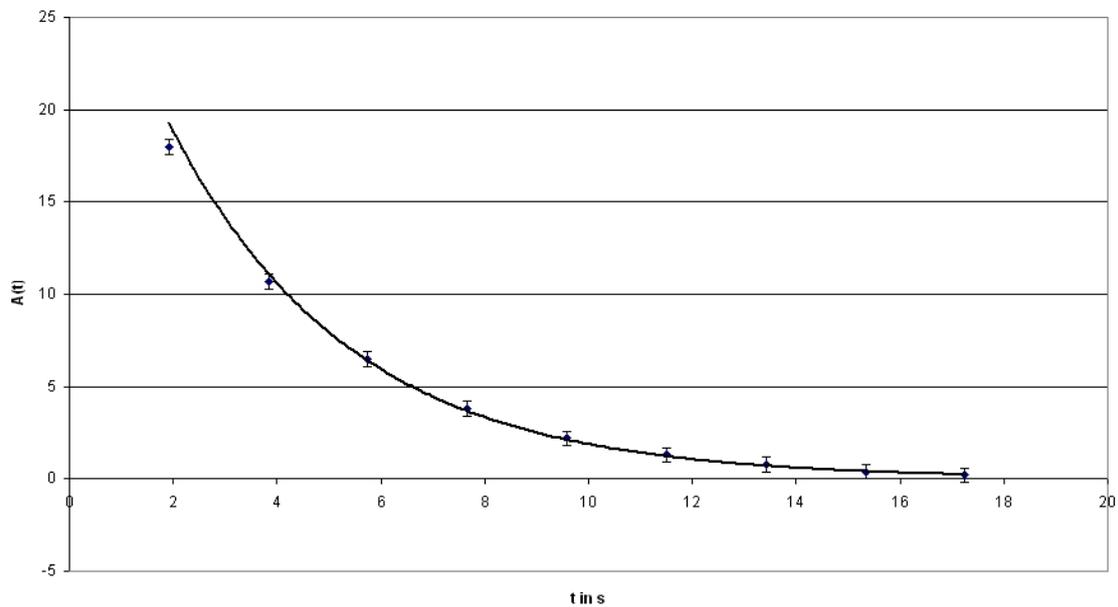


3.1.3 gedämpfte Schwingung bei 0,4 A

| Amplituden in Skalenteilen | | | |
|----------------------------|-------|--------|------------|
| | links | rechts | Mittelwert |
| | 18,0 | 18,0 | 18,0 |
| | 10,4 | 11,0 | 10,7 |
| | 6,4 | 6,6 | 6,5 |
| | 3,8 | 3,8 | 3,8 |
| | 2,2 | 2,2 | 2,2 |
| | 1,4 | 1,2 | 1,3 |
| | 0,8 | 0,8 | 0,8 |
| | 0,4 | 0,4 | 0,4 |
| | 0,2 | 0,2 | 0,2 |

| t in s | $A(t)_{\text{mittel}}$ in Skalenteilen | $\frac{A_n}{A_{n+1}}$ | Λ | δ in s^{-1} | $\delta\Lambda$ | $\Delta\delta$ in s^{-1} | ω_0 in s^{-1} |
|--------------------|--|-----------------------|--------------|----------------------|-----------------|----------------------------|------------------------|
| 1,92 | 18,0 | 1,682 | 0,520 | 0,271 | 0,015 | 0,008 | 3,282 |
| 3,84 | 10,7 | 1,646 | 0,498 | 0,259 | 0,024 | 0,013 | 3,281 |
| 5,76 | 6,5 | 1,711 | 0,537 | 0,279 | 0,044 | 0,023 | 3,283 |
| 7,68 | 3,8 | 1,727 | 0,547 | 0,285 | 0,077 | 0,040 | 3,283 |
| 9,61 | 2,2 | 1,692 | 0,526 | 0,274 | 0,126 | 0,066 | 3,282 |
| 11,53 | 1,3 | 1,625 | 0,486 | 0,253 | 0,192 | 0,100 | 3,281 |
| 13,45 | 0,8 | 2,000 | 0,693 | 0,361 | 0,500 | 0,260 | 3,291 |
| 15,37 | 0,4 | 2,000 | 0,693 | 0,361 | 1,000 | 0,521 | 3,291 |
| 17,29 | 0,2 | | | | | | |
| Mittelwerte | | 1,760 | 0,562 | 0,293 | 0,247 | 0,129 | 3,284 |

Amplitudenverlauf bei 0,4 A



3.2 gedämpfte erzwungene Schwingung bei 0,2 A

Formeln:

- $\Delta\omega = 2 \cdot \delta$
- $\left(\frac{d\varphi}{d\omega_a}\right)_{\omega_a=\omega_0} = \frac{1}{\delta}$

Messungenauigkeiten:

- $\Delta A_{max} = 0,4$ Skalenteile

Fehlerformeln:

- $\Delta\delta = \Delta A_{max} \cdot \delta$
- $\Delta(\Delta\omega) = \Delta A_{max} \cdot \omega$

Die gedämpfte erzwungene Schwingung bei 0,2 A:

| Gedämpfte | erzwungene | Schwingung | | | | | |
|--------------|-----------------------------------|------------------------------------|--|------------------------------|------------------------------------|-----------------|--------------------------------|
| Motoreinheit | $\frac{5}{2}$ T li in Impulsen | $\frac{5}{2}$ T re in Impulsen | T_{mittel} in s | A_{mittel} in ST | Phase in Impulsen | Phase in rad | ω_a in $\frac{1}{s}$ |
| 3,5 | 6120 | 6647 | 2,55 | 1,1 | 79 | 0,194 | 2,461 |
| 3,8 | 5696 | 6068 | 2,35 | 1,3 | 81 | 0,216 | 2,671 |
| 4,1 | 5323 | 5548 | 2,17 | 1,9 | 97 | 0,280 | 2,890 |
| 4,4 | 5025 | 5130 | 2,03 | 3,9 | 146 | 0,452 | 3,094 |
| 4,7 | 4727 | 4785 | 1,90 | 9,9 | 650 | 2,147 | 3,303 |
| 5 | 4405 | 4544 | 1,79 | 2,7 | 843 | 2,959 | 3,511 |
| 5,3 | 4096 | 4341 | 1,69 | 1,4 | 825 | 3,072 | 3,724 |
| 5,5 | 3923 | 4227 | 1,63 | 1,1 | 805 | 3,103 | 3,855 |
| 4,6 | 4831 | 4890 | 1,94 | 9,7 | 357 | 1,154 | 3,232 |
| 4,65 | 4788 | 4842 | 1,93 | 11,1 | 487 | 1,589 | 3,262 |
| 4,67 | 4764 | 4822 | 1,92 | 11,1 | 555 | 1,819 | 3,277 |
| 4,66 | 4772 | 4830 | 1,92 | 11,1 | 528 | 1,728 | 3,272 |
| 4,64 | 4795 | 4852 | 1,93 | 10,9 | 466 | 1,518 | 3,257 |
| | | $\Delta\omega$ in $\frac{1}{s}$ | $\Delta(\Delta\omega)$ in $\frac{1}{s}$ | δ in $\frac{1}{s}$ | $\Delta\delta$ in $\frac{1}{s}$ | | |
| | | 0,177 | 0,01 | 0,0885 | 0,005 | | |

Die Halbwertsbreite in der Tabelle oben wurde aus dem Schaubild abgelesen, das δ mit Formel (33) bestimmt. Eine andere Möglichkeit der δ -Bestimmung ist, aus Phasendifferenzdiagramm die maximale Steigung abzulesen. Die Steigung entspricht dann $\frac{1}{\delta}$. Für die Steigung ergibt sich ein Wert von 14,724. Für das δ folgt:

$$\delta = 0,0679 \frac{1}{s}$$

Die erzwungene gedämpfte erzwungene Schwingung bei 0,4 A:

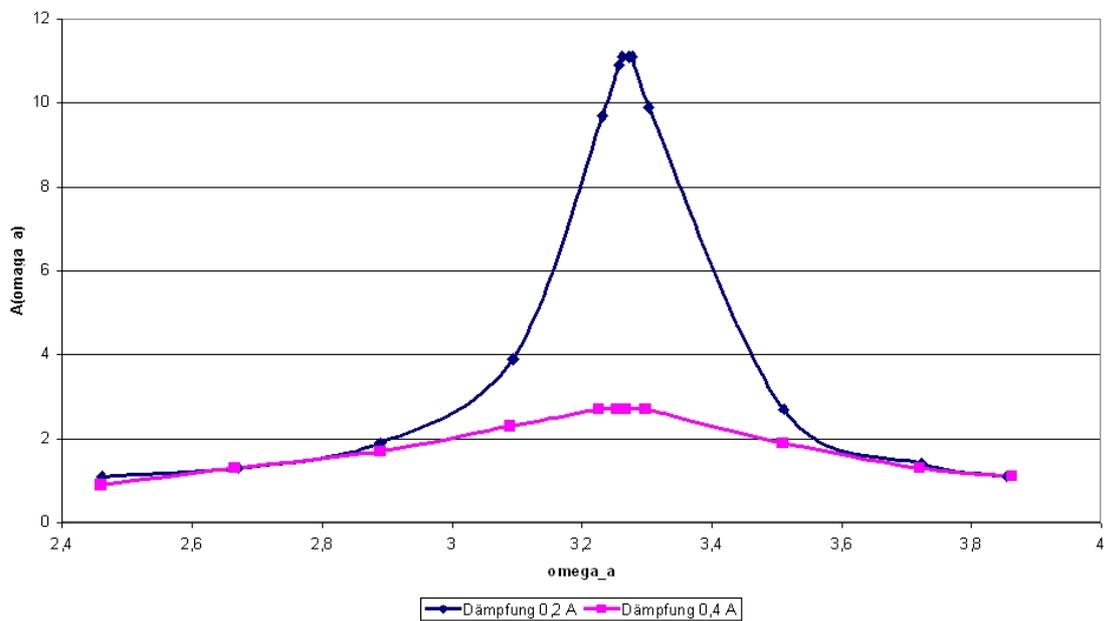
| Gedämpfte Motoreinheit | erzwungene Schwingung $\frac{5}{2}$ T li in Impulsen | Schwingung $\frac{5}{2}$ T re in Impulsen | T_{mittel} in s | A_{mittel} in ST | Phase in Impulsen | Phase in rad | ω_a in $\frac{1}{s}$ | |
|------------------------|---|--|---------------------------|---------------------------------|-------------------|--------------|-----------------------------|--|
| 3,80 | 5677 | 6111 | 2,358 | 1,3 | 185 | 0,493 | 2,665 | |
| 4,10 | 5293 | 5579 | 2,174 | 1,7 | 238 | 0,688 | 2,890 | |
| 4,40 | 4989 | 5181 | 2,034 | 2,3 | 338 | 1,044 | 3,089 | |
| 4,70 | 4683 | 4842 | 1,905 | 2,7 | 548 | 1,807 | 3,298 | |
| 5,00 | 4369 | 4582 | 1,790 | 1,9 | 687 | 2,411 | 3,510 | |
| 5,30 | 4071 | 4375 | 1,689 | 1,3 | 723 | 2,689 | 3,720 | |
| 5,50 | 3895 | 4240 | 1,627 | 1,1 | 722 | 2,788 | 3,862 | |
| 4,60 | 4796 | 4943 | 1,948 | 2,7 | 468 | 1,510 | 3,226 | |
| 4,65 | 4745 | 4890 | 1,927 | 2,7 | 504 | 1,643 | 3,261 | |
| 4,64 | 4753 | 4900 | 1,931 | 2,7 | 498 | 1,621 | 3,255 | |
| 4,66 | 4730 | 4884 | 1,923 | 2,7 | 518 | 1,693 | 3,268 | |
| | $\Delta\omega$ in $\frac{1}{s}$ | $\Delta(\Delta\omega)$ in $\frac{1}{s}$ | δ in $\frac{1}{s}$ | $\Delta\delta$ in $\frac{1}{s}$ | | | | |
| | 0,049 | 0,01 | 0,245 | 0,005 | | | | |

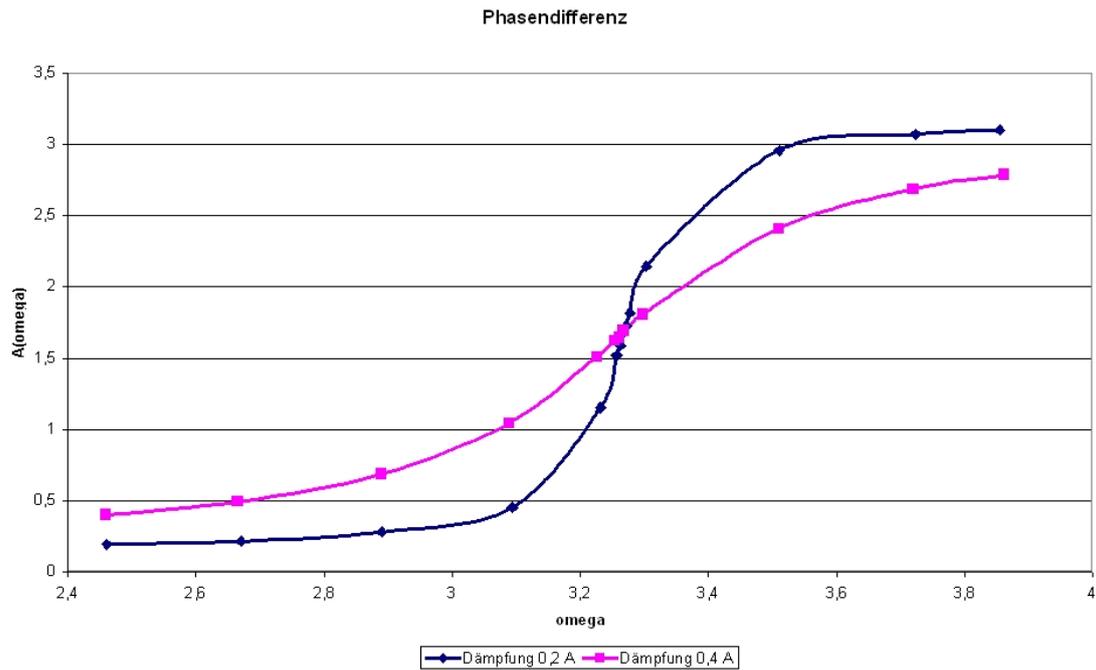
Liest man wieder die Steigung aus dem Phasendifferenzdiagramm ab, ergibt sich: 4,107.

Für δ folgt:

$$\delta = 0,244 \frac{1}{s}$$

Resonanzkurve





3.3 Einschwingvorgang

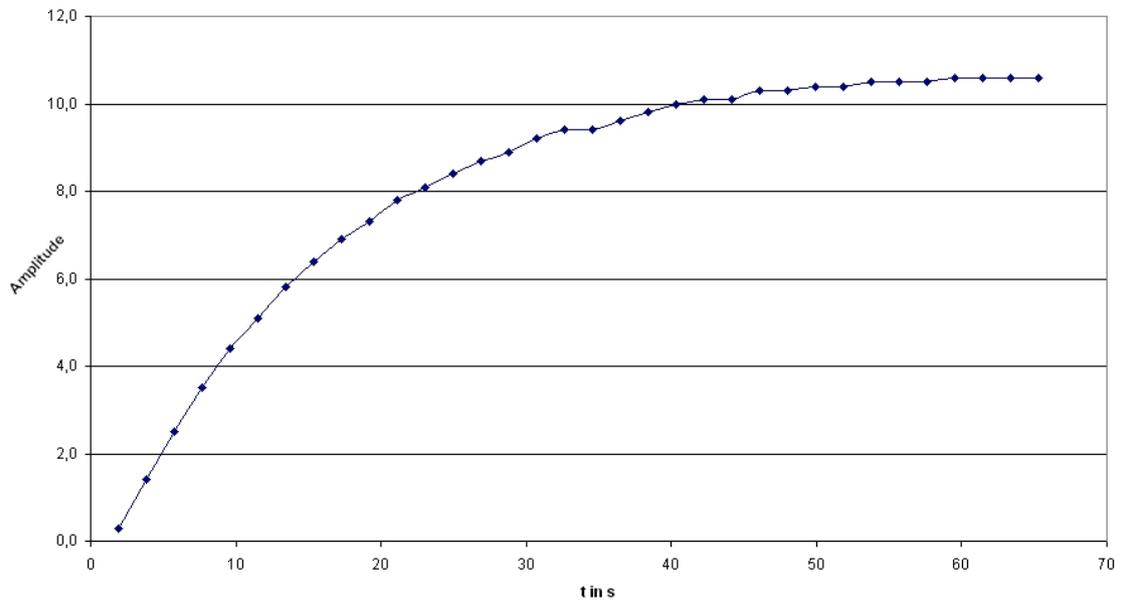
Formeln:

- Amplitude $A(t) = A_{max} \cdot (1 - e^{-\delta t})$
- Resonanzfrequenz $\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$
- Schwebungsfrequenz $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = \frac{1}{2} \cdot |\omega_a - \omega_0|$

Für $\omega_a = \omega_{res}$ ergibt sich bei 0,2 A:

| A_{li} in ST | A_{re} in ST | A_{mittel} in ST | t in s | δ in $\frac{1}{s}$ | $\Delta\delta$ in $\frac{1}{s}$ |
|--------------------|-------------------|-----------------------|--------|------------------------------|------------------------------------|
| 0,2 | 0,4 | 0,3 | 1,92 | 0,014 | 0,001 |
| 1,2 | 1,6 | 1,4 | 3,84 | 0,035 | 0,005 |
| 2,4 | 2,6 | 2,5 | 5,76 | 0,044 | 0,010 |
| 3,4 | 3,6 | 3,5 | 7,68 | 0,049 | 0,017 |
| 4,2 | 4,6 | 4,4 | 9,60 | 0,053 | 0,024 |
| 5,0 | 5,2 | 5,1 | 11,51 | 0,053 | 0,031 |
| 5,6 | 6,0 | 5,8 | 13,43 | 0,055 | 0,039 |
| 6,2 | 6,6 | 6,4 | 15,35 | 0,056 | 0,049 |
| 6,8 | 7,0 | 6,9 | 17,27 | 0,056 | 0,059 |
| 7,2 | 7,4 | 7,3 | 19,19 | 0,056 | 0,069 |
| 7,6 | 8,0 | 7,8 | 21,11 | 0,057 | 0,085 |
| 8,0 | 8,2 | 8,1 | 23,03 | 0,057 | 0,097 |
| 8,2 | 8,6 | 8,4 | 24,95 | 0,057 | 0,112 |
| 8,6 | 8,8 | 8,7 | 26,87 | 0,057 | 0,131 |
| 8,8 | 9,0 | 8,9 | 28,79 | 0,056 | 0,146 |
| 9,0 | 9,4 | 9,2 | 30,70 | 0,057 | 0,174 |
| 9,2 | 9,6 | 9,4 | 32,62 | 0,058 | 0,199 |
| 9,2 | 9,6 | 9,4 | 34,54 | 0,054 | 0,199 |
| 9,4 | 9,8 | 9,6 | 36,46 | 0,055 | 0,231 |
| 9,6 | 10,0 | 9,8 | 38,38 | 0,056 | 0,272 |
| 9,8 | 10,2 | 10,0 | 40,30 | 0,057 | 0,328 |
| 9,8 | 10,4 | 10,1 | 42,22 | 0,057 | 0,364 |
| 9,8 | 10,4 | 10,1 | 44,14 | 0,055 | 0,364 |
| 10,0 | 10,6 | 10,3 | 46,06 | 0,057 | 0,464 |
| 10,0 | 10,6 | 10,3 | 47,98 | 0,055 | 0,464 |
| 10,2 | 10,6 | 10,4 | 49,89 | 0,055 | 0,535 |
| 10,2 | 10,6 | 10,4 | 51,81 | 0,053 | 0,535 |
| 10,2 | 10,8 | 10,5 | 53,73 | 0,054 | 0,631 |
| 10,2 | 10,8 | 10,5 | 55,65 | 0,052 | 0,631 |
| 10,2 | 10,8 | 10,5 | 57,57 | 0,051 | 0,631 |
| 10,4 | 10,8 | 10,6 | 59,49 | 0,052 | 0,764 |
| 10,4 | 10,8 | 10,6 | 61,41 | 0,050 | 0,764 |
| 10,4 | 10,8 | 10,6 | 63,33 | 0,049 | 0,764 |
| 10,4 | 10,8 | 10,6 | 65,25 | 0,048 | 0,764 |
| Mittelwerte | | | | 0,052 | 0,293 |

gedämpfter Einschwingvorgang in Resonanz



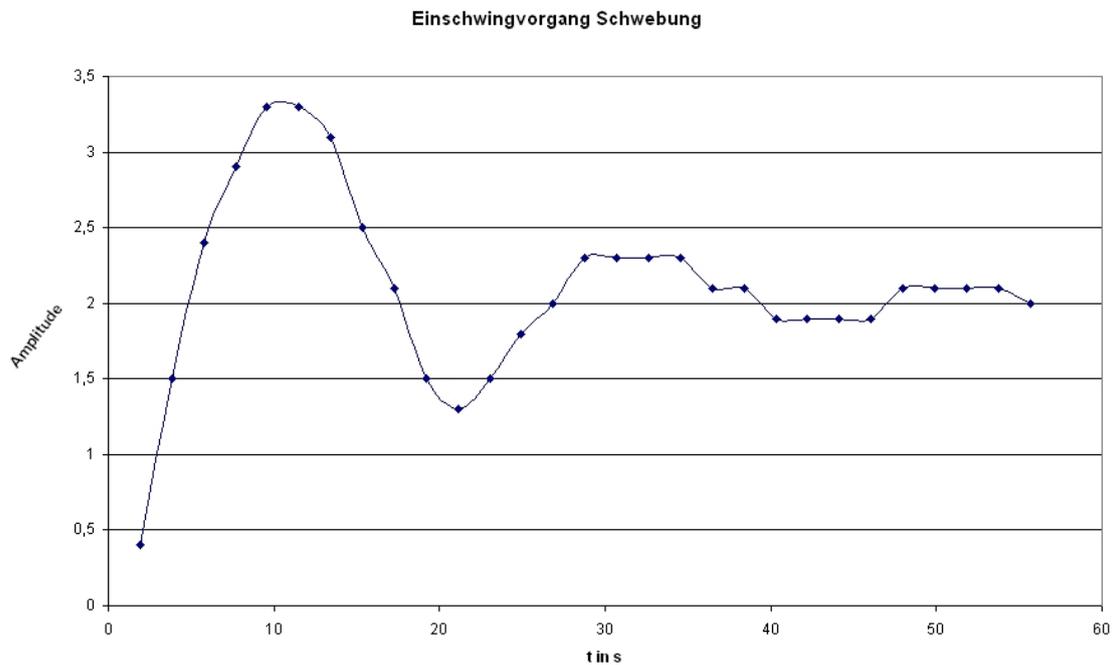
Wählt man einen beliebigen Punkt aus dem Schaubild und setzt ihn in die Formel $A(t) = A_{max} \cdot (1 - e^{-\delta t})$ ein, erhält man:

$$\delta = 0,061 \frac{1}{s}$$

Nun ist $\omega_a = 1,1 \cdot \omega_{res}$. Also ist die Motoreinheit auf 5,126 eingestellt. Die Dämpfung bleibt bei 0,2 A.

| A_{li} in ST | A_{re} in ST | A_{mittel} in ST | t in s |
|-------------------|-------------------|-----------------------|--------|
| 0,2 | 0,6 | 0,4 | 1,92 |
| 1,4 | 1,6 | 1,5 | 3,84 |
| 2,2 | 2,6 | 2,4 | 5,76 |
| 2,8 | 3,0 | 2,9 | 7,68 |
| 3,2 | 3,4 | 3,3 | 9,60 |
| 3,2 | 3,4 | 3,3 | 11,51 |
| 3,0 | 3,2 | 3,1 | 13,43 |
| 2,4 | 2,6 | 2,5 | 15,35 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 17,27 |
| 1,4 | 1,6 | 1,5 | 19,19 |
| 1,2 | 1,4 | 1,3 | 21,11 |
| 1,4 | 1,6 | 1,5 | 23,03 |
| 1,8 | 1,8 | 1,8 | 24,95 |
| 1,8 | 2,2 | 2,0 | 26,87 |
| 2,2 | 2,4 | 2,3 | 28,79 |
| 2,2 | 2,4 | 2,3 | 30,70 |
| 2,2 | 2,4 | 2,3 | 32,62 |
| 2,2 | 2,4 | 2,3 | 34,54 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 36,46 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 38,38 |
| 1,8 | 2,0 | 1,9 | 40,30 |
| 1,8 | 2,0 | 1,9 | 42,22 |
| 1,8 | 2,0 | 1,9 | 44,14 |
| 1,8 | 2,0 | 1,9 | 46,06 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 47,98 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 49,89 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 51,81 |
| 2,0 | 2,2 | 2,1 | 53,73 |
| 1,8 | 2,2 | 2,0 | 55,65 |

| $T_{Schwebung}$ in s | $\omega_{Schwebung}$ in $\frac{1}{s}$ | ω_0 in $\frac{1}{s}$ | ω_a in $\frac{1}{s}$ | ω_{res} in $\frac{1}{s}$ |
|-------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| 23,03 | 0,273 | 3,275 | 3,821 | 3,274 |



4 Fehlerdiskussion

Ein sehr großer Fehler wurde durch die Ablesungenauigkeit der Amplituden gemacht. Bei starker Dämpfung war es sehr schwierig, diese genau abzulesen. Wir nehmen einen Messfehler von 0,4 Skalenteilen an, was bei kleinen Amplituden zu einem großen relativen Fehler führt.

Doch die Hauptursache für die teilweise schlechten Ergebnisse wird die Messapparatur sein. Zum einen war keine Nullstellung gegeben. Es war also der Fall, dass der Zeiger des Drehpendels in Ruhe schon einen Ausschlag hatte. Und zum anderen veränderte sich das Verhalten des Drehpendels während der Versuchsdurchführung. Mal zeigte das Pendel in Ruhe nach links, mal nach rechts. Das bedeutet, dass sich die Feder im Drehpendel der Beanspruchung beugte.

5 Literaturverzeichnis

- <http://service.owmedia.de/owshop/2/shop-2806-200404136196.jpg>
- Demtröder: Experimentalphysik 1, 3. Auflage, 2003, Springer
- W. Walcher: Praktikum der Physik, 5. Auflage, 1985, Teubner-Studienbücher