



ulm university universität
uulm

Versuch 25: Der Transformator

Praktikum der Physik

Oliver Heinrich <oliver.heinrich@uni-ulm.de>

Bernd Kugler <berndkugler@web.de>

L2

11.Mai.2007

Abgabe: 25.Mai.2007, 08.Juni.2007

Betreuer: Andreas Kleiner

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Die Maxwellgleichungen	3
1.2	Die Spule	3
1.3	Formen des Magnetismus	4
1.3.1	Diamagnetismus	4
1.3.2	Paramagnetismus	4
1.3.3	Ferromagnetismus	4
1.4	Der Transformator	5
1.4.1	Anwendung	5
1.4.2	Aufbau	5
1.5	Impedanz	6
2	Versuchsbeschreibung	7
2.1	Leerlauf	8
2.2	Kurzschluss	8
2.3	10 Ω und 100 Ω	8
3	Versuchsauswertung	9
3.1	Messdaten	9
3.1.1	Leerlauf	9
3.1.2	Kurzschluss	10
3.1.3	10 Ohm	11
3.1.4	100 Ohm	12
3.2	Messungenauigkeiten und Fehlerformeln	12
3.3	Leerlauf	14
3.4	Kurzschluss	15
3.5	10 Ohm	16
3.6	100 Ohm	17
3.7	Kopplungsgrad	17
3.8	Impedanz	18
3.9	Übersetzungsverhältnisse	18
3.9.1	10 Ohm	18
3.9.2	100 Ohm	19
4	Literaturverzeichnis	20

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Die Maxwellgleichungen

- $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$

Diese Gleichung besagt, dass das D-Feld ein Quellenfeld ist. Die Ladung ist die Ursache des elektrischen Feldes. ρ ist die Ladungsdichte.

- $\operatorname{div} \vec{B} = 0$

Die Aussage dieser Gleichung ist, dass das B-Feld quellenfrei ist. Man kann also laut dieser Formel keine magnetischen Monopole finden.

- $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Hinter dieser Gleichung steckt das Induktionsgesetz von Faraday. Es besagt, dass jede Änderung des B-Feldes ein elektrisches Gegenfeld induziert. Die Wirbel des elektrischen Feldes sind von der zeitlichen Änderung der magnetischen Induktion abhängig.

- $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t}$

Hinter der vierten Maxwell-Gleichung verbirgt sich das Durchflutungsgesetz. Die Wirbel des Magnetfeldes hängen von der elektrischen Leitungsstromdichte j und von der elektrischen Flussdichte D ab.

1.2 Die Spule

Eine Spule besteht aus einem gewickelten Draht. Dieser kann um Luft gewickelt sein (*Luftspule*), oder aber auch um einen Metallkern. Legt man eine Gleichspannung an den Draht an, so entsteht ein magnetisches Feld im Inneren der Spule. Sind die geometrischen Abmessungen so gewählt, dass der Durchmesser der Spule gegenüber ihrer Länge klein ist, so ist das Magnetfeld im Innenraum praktisch homogen. Außen ist es vernachlässigbar klein.

Die besondere Eigenschaft der Spule ist die **Induktivität**. Diese steigt quadratisch mit den Windungszahl. Lässt man einen sich zeitlich ändernden Strom $I(t)$ durch den Draht fließen, so entsteht ein sich zeitlich ändernder magnetischer Fluss $\phi(t)$. Die Induktionsspannung, die nach dem Faradayschen Induktionsgesetz in der Spule entsteht, wirkt nach der Lenz'schen Regel der von außen angelegten Spannung entgegen. Der Proportionalitätsfaktor zwischen dem sich zeitlich ändernden Strom durch den Leiter und der dabei entstehenden Selbstinduktionsspannung wird als (Selbst-) Induktivität L bezeichnet. Es gilt:

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

1.3 Formen des Magnetismus

1.3.1 Diamagnetismus

Bringt man einen diamagnetischen Stoff in ein äußeres Magnetfeld, so werden die Elektronen der Atome des Stoffes durch die Lorentzkraft verschoben. Durch die Ladungsverschiebung, die einem Strom entspricht, wird ein Magnetfeld induziert, das dem äußeren Magnetfeld entgegen wirkt (Lenz'sche Regel). Das äußere Magnetfeld wird also abgeschwächt. Die magnetische Suszeptibilität χ ist also negativ. Jeder Stoff ist diamagnetisch.

1.3.2 Paramagnetismus

Die Atome eines paramagnetischen Stoffes besitzen ein permanentes Dipolmoment. Umgibt man einen solchen Stoff mit einem Magnetfeld, so richten sich die Dipole aus. Das so entstandene Magnetfeld verstärkt das äußere.

Die Größenordnung der Suszeptibilität von Para- und Diamagneten ist $|\chi| \ll 1$.

1.3.3 Ferromagnetismus

Ferromagneten haben eine sehr große Suszeptibilität. Bringt man einen entmagnetisierten Ferromagneten in ein von Null an größerwerdendes äußeres Magnetfeld und trägt die Magnetisierung des Stoffes gegen die magnetische Feldstärke auf, so ergibt sich folgendes Schaubild, das man *Hysteresekurve* nennt:

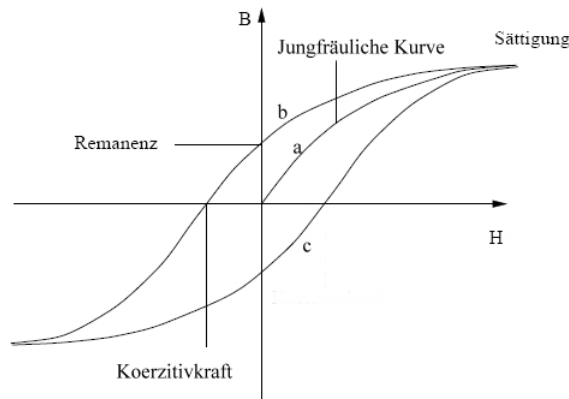


Abbildung 1: Hysteresekurve

Die Kurve a ist *jungfräulich*. Die Magnetisierung nimmt zunächst linear zu. Sind alle Dipole ausgerichtet, tritt Sättigung ein. Führt man das Magnetfeld herunter, so ergibt sich die Kurve b. Auch hierbei tritt wieder Sättigung auf. Vergrößert man das Magnetfeld wieder, verfolgt die Magnetisierung die Kurve c. Schaltet man das äußere Magnetfeld nach vollständiger Magnetisierung wieder

ab, so bleibt eine Restmagnetisierung bestehen. Diese wird **Remanenz** genannt. Will man die Restmagnetisierung beseitigen, so ist die negative Feldstärke H_K nötig. Diese bezeichnet man als **Koerzitivkraft**.

Man könnte aber auch den Magneten erhitzen oder ein äußeres Wechselfeld anlegen, um die Restmagnetisierung zu entfernen. Die Fläche in der Hysteresekurve entspricht der zur Magnetisierung notwendigen zusätzlichen magnetischen Energie pro Volumeneinheit der magnetischen Probe. Sie gibt also genau die bei einem Magnetisierungszyklus aufzuwendende Energie an, die in Wärmeenergie der Probe umgewandelt wird.

Die Besonderheit eines Ferromagneten sind seine **weißchen Bezirke**. Innerhalb dieser sind alle Atome gleich orientiert. Ihre Größe liegt zwischen $0,01 \mu m$ und $1 \mu m$.

Erhöht man die Temperatur des Ferromagneten, so nimmt die Suszeptibilität χ ab. Die Fläche unter der Magnetisierungskurve nimmt mit steigender Temperatur ab. Nach Überschreiten einer bestimmten Temperatur, der **Curie-Temperatur** T_C , verschwindet der Ferromagnetismus.

1.4 Der Transformator

1.4.1 Anwendung

Will man elektrische Energie über große Entfernungen übertragen, so ist es sinnvoll, eine sehr hohe Spannung zu verwenden, da dann bei vorgegebener zu übertragender Leistung der Leistungsverlust durch joulesche Wärme durch den Leitungswiderstand möglichst klein wird. Und um Spannungen umzuwandeln, benutzt man *Transformatoren*.

1.4.2 Aufbau

Ein Transformator besteht aus einem Ferromagneten-Ring, der von zwei Spulen, der Primär- und Sekundärspule, umwickelt ist (siehe Abbildung 2). Legt man an die Primärspule eine Wechselspannung U_1 an, so wird in der Sekundärspule die Spannung U_2 induziert. Optimalerweise hat der Ferromagnet eine möglichst kleine Fläche unter der Hysteresekurve, also wenig Leistungsverlust. Will man die Verluste klein halten, so wickelt man die Sekundärspule um die Primärspule, so dass möglichst viele Magnetfeldlinien der Primärspule die Sekundärspule durchdringen, also die magnetischen Flüsse Φ_1 und Φ_2 gleich groß werden.

Das Induktionsgesetz lautet:

$$U_{Ind}(t) = -\dot{\Phi}(t) = -L\dot{I}(t)$$

Damit folgt:

$$U_{Ind,P} = -N_P\dot{\Phi}$$

$$U_{Ind,S} = +N_S\dot{\Phi}$$

$$\Rightarrow \frac{U_P}{U_S} = -\frac{N_P}{N_S}$$

Für den Kopplungsgrad gilt:

$$\kappa = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad 0 \leq \kappa \leq 1$$

Er ist ein Maß für die magnetische Kopplung zwischen Primär- und Sekundärspule. Für $\kappa = 1$ liegt vollständige Kopplung vor.¹

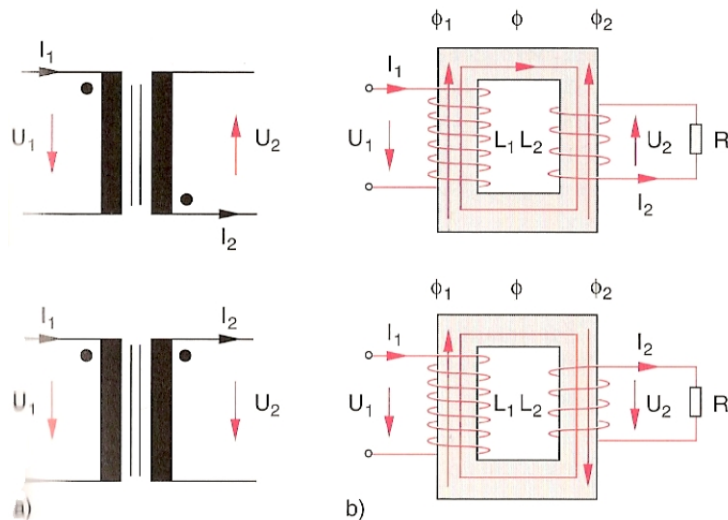


Abbildung 2: Der Transformator. (a) Schaltzeichnung; (b) technische Ausführung. Im oberen Teil haben Primär- und Sekundärspule gleichen, im unteren Teil umgekehrten Windungssinn. Dadurch ist die Ausgangsspannung oben um π gegenüber der Eingangsspannung verschoben, und unten sind die Spannungen gleichphasig. Dies wird durch die Punkte im Schaltschema (a) symbolisiert. (Quelle: Demtröder: Experimentalphysik S.155, Abb.5.32a,b)

1.5 Impedanz

Unter der Impedanz Z versteht man den komplexen Widerstand eines Wechselstromkreises. Sie entspricht dem ohmschen Widerstand eines Gleichstromkreises. Die Impedanz ist definiert als:

$$Z := \frac{U(t)}{I(t)} \quad (1)$$

¹Demtröder: Experimentalphysik S.156

Die Impedanz eines ohmen Widerstandes, einer Spule und eines Kondensators sind:

$$\begin{aligned} Z_R &= R \\ Z_L &= i\omega L \\ Z_C &= \frac{1}{i\omega C} \end{aligned}$$

Durch Auftragen dieser Impedanzen in ein Zeigerdiagramm erhält man:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (2)$$

2 Versuchsbeschreibung

Der Versuchsaufbau war recht simpel. Wir schlossen an die Primärspule des Transformators zwei Messgeräte. Eines für die Spannung (Voltmeter, parallel) und eines für den Strom (Amperemeter, seriell). An der anderen Spule maßen wir (meist) die Spannung. An der Sekundärspule konnten wir durch Abgreifen an unterschiedlichen Stellen die Windungszahl N_2 variieren. Wie nahmen 14 verschiedene, zwischen 15 und 500. Außerdem wählten wir zwei verschiedene Widerstände, $R_2 = 10\Omega$ und $R_2 = 100\Omega$, die sich in dem Stromkreis der Sekundärspule befanden. Hinzu kamen noch Messungen, mit einmal $R_2 = \infty$ (*Leerlauf*) und $R_2 = 0$ (*Kurzschluss*). Da beim Kurzschluss im Sekundärkreis keine Spannung anliegt, misst man in diesem Fall den Strom. Die Primärspulenwindungszahl blieb konstant bei $N_1 = 50$. Diese ganzen Messungen führten wir bei den Frequenzen 130 Hz und 330 Hz durch. Insgesamt ergaben sich so acht mal 14 Messungen.

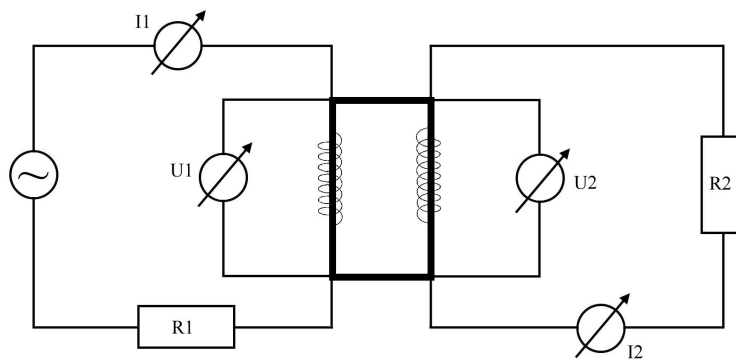


Abbildung 3: Der Versuchsaufbau

2.1 Leerlauf

Zunächst schufen wir im Sekundärkreis einen Leerlauf, in dem wir den Stromkreis nicht schlossen. Da im Leerlauf kein Strom fließt ist $I_2 = 0$ und $R_2 = \infty$. Wir konnten also nur U_S messen.

Einen solchen Transformator nennt man **unbelastet**.

Für den Zusammenhang zwischen Frequenz ν und der Kreisfrequenz ω gilt folgende Beziehung:

$$\omega = 2\pi\nu$$

Es gilt:

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t} \quad U(t) = U_0 e^{i\omega t}$$

$$\begin{aligned} U_1 &= -L_1 \dot{I}_1 - L_{12} \dot{I}_2 \\ &= -i\omega L_1 I_1 - i\omega L_{12} I_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2 &= R_2 I_2 - i\omega L_2 I_2 - i\omega L_{12} I_1 \\ \Rightarrow U_2 &= i\omega L_{12} I_1 \quad U_1 = -i\omega L_1 I_1 \end{aligned}$$

Für die Gegeninduktivität gilt:

$$L_{12} = \frac{U_2}{I_1 \omega}$$

Und für die Primärinduktivität:

$$L_1 = \frac{U_1}{I_1 \omega}$$

2.2 Kurzschluss

Beim Kurzschluss im Sekundärstromkreis gilt für die Spannung und den Widerstand: $U_2 = 0$, $R_2 = 0$. Deshalb muss man den Strom I_2 messen. Es gilt:

$$\frac{L_2}{L_{12}} = -\frac{I_1}{I_2}$$

2.3 10 Ω und 100 Ω

Bei diesem Versuchsteil war der Transformator ein **belasteter**, denn im Sekundärkreis befand sich ein Verbraucher mit Widerstand R_2 . Es fließt dann der Strom

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$

3 Versuchsauswertung

3.1 Messdaten

3.1.1 Leerlauf

130 Hz

$\frac{N_2}{N_1}$	N_2	U_1 / mV	I_1 / mA	U_2 / mV	L_1 / mH	L_{12} / mH	$\frac{U_2}{U_1}$	ΔL_1 / mH	ΔL_{12} / mH
0,3	15	460	70	125	8,0452	2,1862	0,2717	0,000210	0,000053
0,7	35	460	70	300	8,0452	5,2469	0,6522	0,000115	0,000133
1,1	55	460	70	480	8,0452	8,3950	1,0435	0,000115	0,000234
1,7	85	460	70	760	8,0452	13,2921	1,6522	0,000115	0,000439
2	100	460	70	880	8,0452	15,3908	1,9130	0,000115	0,000562
2,4	120	460	70	1050	8,0452	18,3640	2,2826	0,000115	0,000757
2,8	140	460	70	1200	8,0452	20,9875	2,6087	0,000115	0,000972
3,4	170	460	70	1500	8,0452	26,2343	3,2609	0,000115	0,001407
4	200	470	70	1750	8,2201	30,6067	3,7234	0,000118	0,001884
4,8	240	470	70	2100	8,2201	36,7281	4,4681	0,000118	0,002655
5,8	290	470	70	2510	8,2201	43,8988	5,3404	0,000118	0,003777
7	350	470	70	3100	8,2201	54,2176	6,5957	0,000118	0,005559
8,4	420	470	70	3700	8,2201	64,7114	7,8723	0,000118	0,007904
10	500	470	70	4400	8,2201	76,9540	9,3617	0,000118	0,011132

330 Hz

$\frac{N_2}{N_1}$	N_2	U_1 / mV	I_1 / mA	U_2 / mV	L_1 / mH	L_{12} / mH	$\frac{U_2}{U_1}$	ΔL_1 / mH	ΔL_{12} / mH
0,3	15	1100	67	280	7,9182	2,0155	0,2545	0,0019	0,0001
0,7	35	1100	67	680	7,9182	4,8949	0,6182	0,0019	0,0003
1,1	55	1100	67	1050	7,9182	7,5582	0,9545	0,0019	0,0005
1,7	85	1100	67	1700	7,9182	12,2372	1,5455	0,0019	0,0009
2	100	1100	67	2000	7,9182	14,3966	1,8182	0,0019	0,0013
2,4	120	1100	67	2400	7,9182	17,2760	2,1818	0,0019	0,0017
2,8	140	1100	67	2800	7,9182	20,1553	2,5455	0,0019	0,0023
3,4	170	1100	67	3400	7,9182	24,4743	3,0909	0,0019	0,0033
4	200	1100	67	4000	7,9182	28,7933	3,6364	0,0019	0,0045
4,8	240	1100	67	4800	7,9182	34,5520	4,3636	0,0019	0,0065
5,8	290	1100	67	5800	7,9182	41,7503	5,2727	0,0019	0,0093
7	350	1100	67	7000	7,9182	50,3883	6,3636	0,0019	0,0135
8,4	420	1100	67	8300	7,9182	59,7461	7,5455	0,0019	0,0192
10	500	1100	67	9900	7,9182	71,2634	9,0000	0,0019	0,0272

3.1.2 Kurzschluss

130 Hz

$\frac{N_1}{N_2}$	N_2	U_1 / mV	I_1 / mA	I_2 / mA	L_2 / mH	κ	$\frac{L_2}{I_1}$	$\Delta\kappa / \text{mH}$	$\Delta L_2 / \text{mH}$
3,333	15	380	69	97	1,555	0,6181	1,4058	0,0067	0,0305
1,429	35	180	70	86	4,271	0,8951	1,2286	0,0095	0,0844
0,909	55	115	71	62	9,614	0,9546	0,8732	0,0114	0,2170
0,588	85	72	71	42	22,470	0,9886	0,5915	0,0145	0,6396
0,500	100	65	71	36	30,354	0,9849	0,5070	0,0168	0,9883
0,417	120	59	71	30	43,462	0,9821	0,4225	0,0196	1,6536
0,357	140	54	71	26	57,312	0,9774	0,3662	0,0231	2,5196
0,294	170	50	71	21	88,697	0,9821	0,2958	0,0265	4,5925
0,250	200	48	71	18	120,727	0,9716	0,2535	0,0321	7,4332
0,208	240	45	71	15	173,846	0,9716	0,2113	0,0382	12,7255
0,172	290	43	71	13	239,755	0,9889	0,1831	0,0239	10,6653
0,143	350	43	71	10,5	366,614	0,9876	0,1479	0,0276	19,3213
0,119	420	41	71	9,0	510,501	0,9990	0,1268	0,0326	31,2195
0,100	500	40	71	7,5	728,498	0,9944	0,1056	0,0387	53,0231

330 Hz

$\frac{N_1}{N_2}$	N_2	U_1 / mV	I_1 / mA	I_2 / mA	L_2 / mH	κ	$\frac{L_2}{I_1}$	$\Delta\kappa / \text{mH}$	$\Delta L_2 / \text{mH}$
3,333	15	400	68	190	0,721	0,8433	2,7941	0,0320	0,0465
1,429	35	140	70	100	3,426	0,9397	1,4286	0,0609	0,3919
0,909	55	91	71	65	8,256	0,9348	0,9155	0,0129	0,1984
0,588	85	74	71	42	20,687	0,9561	0,5915	0,0160	0,6295
0,500	100	66	71	36	28,393	0,9602	0,5070	0,0181	0,9727
0,417	120	59	71	30	40,886	0,9602	0,4225	0,0210	1,6275
0,357	140	55	71	26	55,039	0,9655	0,3662	0,0239	2,4798
0,294	170	50	71	21	82,746	0,9561	0,2958	0,0287	4,5200
0,250	200	47	71	18	113,574	0,9602	0,2535	0,0333	7,1602
0,208	240	40	71	15	163,546	0,9602	0,2113	0,0396	12,2581
0,172	290	43	71	12	247,022	0,9440	0,1690	0,0483	22,9649
0,143	350	41	71	10	357,757	0,9467	0,1408	0,0578	39,7418
0,119	420	40	71	8,0	530,247	0,9221	0,1127	0,0719	74,2544
0,100	500	43	71	7,5	674,627	0,9750	0,1056	0,0410	51,0761

3.1.3 10 Ohm

130 Hz

N_2	U_1 in mV	I_1 in mA	U_2 in mV	I_2 in mA	Ausgangsleistung in mW	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{N_2}{N_1}$
15	460	70	120	12	1,440	0,261	0,3
35	420	70	255	25,5	6,503	0,607	0,7
55	340	69	310	31	9,610	0,912	1,1
85	230	70	300	30	9,000	1,304	1,7
100	190	70	290	29	8,410	1,526	2
120	150	70	260	26	6,760	1,733	2,4
140	130	70	230	23	5,290	1,769	2,8
170	105	71	200	20	4,000	1,905	3,4
200	85	71	170	17	2,890	2,000	4
240	70	71	150	15	2,250	2,143	4,8
290	63	71	125	12,5	1,563	1,984	5,8
350	55	71	105	10,5	1,103	1,909	7
420	49	71	90	9	0,810	1,837	8,4
500	45	71	75	7,5	0,563	1,667	10

330 Hz

N_2	U_1 in mV	I_1 in mA	U_2 in mV	I_2 in mA	Ausgangsleistung in mW	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{N_2}{N_1}$
15	1000	66	270	27	7,290	0,270	0,3
35	730	66	450	45	20,250	0,616	0,7
55	480	67	450	45	20,250	0,938	1,1
85	270	69	360	36	12,960	1,333	1,7
100	220	69	330	33	10,890	1,500	2
120	170	70	280	28	7,840	1,647	2,4
140	140	70	250	25	6,250	1,786	2,8
170	110	70	200	20	4,000	1,818	3,4
200	90	71	180	18	3,240	2,000	4
240	74	71	150	15	2,250	2,027	4,8
290	62	71	120	12	1,440	1,935	5,8
350	55	71	105	10,5	1,103	1,909	7
420	50	71	88	8,8	0,774	1,760	8,4
500	46	71	74	7,4	0,548	1,609	10

3.1.4 100 Ohm

130 Hz

N_2	U_1 in mV	I_1 in mA	U_2 in mV	I_2 in mA	Ausgangsleistung in mW	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{N_2}{N_1}$
15	460	70	125	1,25	0,16	0,272	0,3
35	460	70	295	2,95	0,87	0,641	0,7
55	450	70	460	4,60	2,12	1,022	1,1
85	440	70	700	7,00	4,90	1,591	1,7
100	420	70	780	7,80	6,08	1,857	2
120	400	69	880	8,80	7,74	2,200	2,4
140	380	69	950	9,50	9,03	2,500	2,8
170	340	69	1000	10,00	10,00	2,941	3,4
200	300	69	1050	10,50	11,03	3,500	4
240	250	70	1000	10,00	10,00	4,000	4,8
290	210	70	960	9,60	9,22	4,571	5,8
350	165	70	890	8,90	7,92	5,394	7
420	135	70	800	8,00	6,40	5,926	8,4
500	120	71	700	7,00	4,90	5,833	10

330 Hz

N_2	U_1 in mV	I_1 in mA	U_2 in mV	I_2 in mA	Ausgangsleistung in mW	$\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{N_2}{N_1}$
15	1050	67	280	2,8	0,784	0,267	0,3
35	1000	66	650	6,5	4,225	0,650	0,7
55	950	66	970	9,7	9,409	1,021	1,1
85	830	66	1300	13	16,9	1,566	1,7
100	760	66	1400	14	19,6	1,842	2
120	660	66	1500	15	22,5	2,273	2,4
140	590	67	1500	15	22,5	2,542	2,8
170	480	67	1450	14,5	21,025	3,021	3,4
200	400	68	1400	14	19,6	3,500	4
240	310	69	1250	12,5	15,625	4,032	4,8
290	240	69	1100	11	12,1	4,583	5,8
350	180	70	1000	10	10	5,556	7
420	145	70	840	8,4	7,056	5,793	8,4
500	110	70	720	7,2	5,184	6,545	10

3.2 Messungenauigkeiten und Fehlerformeln

$$\Delta L_1 = \sqrt{\frac{1}{I_1^2 \omega^2} (\Delta U_1)^2 + \frac{U_1^2}{I_1^2 \omega^2} (\Delta \omega)^2 + \frac{U_1^2}{I_1^4 \omega^2} (\Delta I_1)^2}$$

$$\Delta L_{12} = \sqrt{\left(\frac{N_2}{I_1 \omega N_1}\right)^2 (\Delta U_1)^2 + \left(\frac{N_1 N_2}{I_2^2 \omega N_1}\right)^2 (\Delta I_1)^2 + \left(\frac{U_1 N_2}{I_1 \omega^2 N_1}\right)^2 (\Delta \omega)^2}$$

$$\Delta L_2 = \sqrt{\left(\frac{L_{12}}{I_2}\right)^2 (\Delta I_1)^2 + \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 (\Delta L_{12})^2 + \left(\frac{I_1 L_{12}}{I_2^2}\right)^2 (\Delta I_2)^2}$$

$$\Delta \kappa = \sqrt{\frac{1}{L_1 L_2} \cdot (\Delta L_{12})^2 + \frac{1}{4} \cdot L_{12}^2 \cdot (L_1 L_2)^{-3} \cdot L_2 \cdot (\Delta L_1)^2 + \frac{1}{4} \cdot L_{12}^2 \cdot L_1^2 \cdot (L_1 L_2)^{-3} (\Delta L_2)^2}$$

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\omega L^2}{Z}\right)^2 (\Delta \omega)^2 + \left(\frac{\omega^2 L}{Z}\right)^2 (\Delta L)^2}$$

Messungenauigkeiten:

Leerlauf:

Frequenz	N_2	U_1	I_1	U_2
130 Hz	15	± 10 mV	± 1 mA	± 10 mV
	35 - 290	± 10 mV	± 1 mA	± 50 mV
	350 - 500	± 10 mV	± 1 mA	± 100 mV
330 Hz	15 und 35	± 100 mV	± 1 mA	± 10 mV
	55 - 140	± 100 mV	± 1 mA	± 50 mV
	170 - 500	± 100 mV	± 1 mA	± 100 mV

Kurzschluss:

Frequenz	N_2	U_1	I_1	I_2
130 Hz	15 - 35	± 10 mV	± 1 mA	± 1 mA
	55	± 5 mV	± 1 mA	± 1 mA
	85 - 240	± 1 mV	± 1 mA	± 1 mA
	290 - 500	± 1 mV	± 1 mA	$\pm 0,5$ mA
330 Hz	15 und 35	± 10 mV	± 1 mA	± 10 mA
	55 - 420	± 1 mV	± 1 mA	± 1 mA
	500	± 1 mV	± 1 mA	$\pm 0,5$ mA

Mit Widerständen:

	N_2	U_1	I_1	U_2	I_2
10 Ω , 130 Hz	15 und 35	± 10 mV	± 1 mA	± 5 mV	± 5 mA
	55 - 140	± 10 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	170 - 500	± 5 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
10 Ω , 330 Hz	15	± 50 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	35 - 140	± 10 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	170 - 200	± 5 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	240 - 290	± 1 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	350	± 1 mV	± 1 mA	± 5 mV	± 5 mA
	420 - 500	± 1 mV	± 1 mA	± 1 mV	± 1 mA
100 Ω , 130 Hz	15 und 35	± 10 mV	± 1 mA	± 5 mV	± 5 mA
	55 - 140	± 10 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	170 - 290	± 10 mV	± 1 mA	± 50 mV	± 50 mA
	350 - 500	± 5 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
100 Ω , 330 Hz	15 und 35	± 50 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	55	± 10 mV	± 1 mA	± 10 mV	± 10 mA
	85 - 240	± 10 mV	± 1 mA	± 50 mV	± 50 mA
	290 - 500	± 5 mV	± 1 mA	± 50 mV	± 50 mA

3.3 Leerlauf

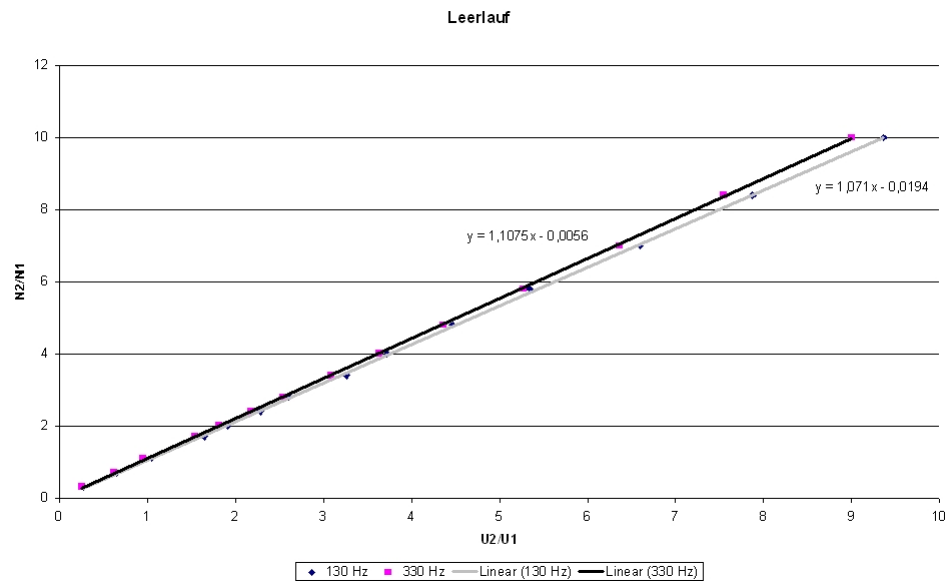


Abbildung 4: Leerlauf

Bei dieser Auswertung wurde das Verhältnis der Windungszahlen ($\frac{N_2}{N_1}$) über dem Verhältnis der Spannungen ($\frac{U_2}{U_1}$) aufgetragen. Laut Theorie muss dieses

Verhältnis genau *eins* sein. Die Standardabweichung der Steigung für 130 Hz ist 0,0046 und für 330 Hz beträgt sie 0,0033. Die Abweichung von eins liegt nicht im Bereich der Standardabweichung. Ein möglicher Grund dafür, dass nicht exakt *eins* erreicht wird, kann der, entgegen der Annahme, vorhandene Widerstand der Kabel und des Messgeräts sein. Dieser vergrößert die Spannungen. Ist der Widerstand im Primärkreis erhöht (größer als im Sekundärkreis), so wird auch $\frac{U_2}{U_1}$ größer, und somit die Steigung des Schaubilds.

3.4 Kurzschluss

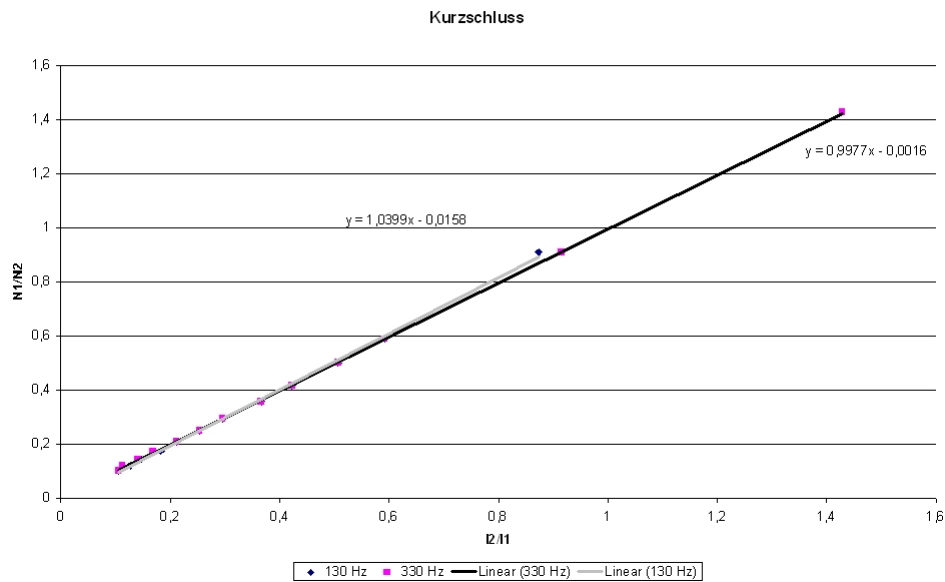


Abbildung 5: Kurzschluss

Hierbei trug man das Verhältnis der Windungszahlen ($\frac{N_1}{N_2}$) über das Verhältnis der Stromstärken ($\frac{I_2}{I_1}$) auf. Auch hier sollte die Steigung genau *eins* betragen. Die Standardabweichung der Steigung bei 130 Hz beträgt 0,011, die für 330 Hz beträgt 0,029. Auch hierbei liegt die Abweichung der Steigung von eins nicht im Intervall der Standardabweichung. Die Werte der Windungszahlen 15 und 35 wurden bei 130 Hz ausgeklammert, da sie zu weit von den anderen abweichen.

3.5 10 Ohm

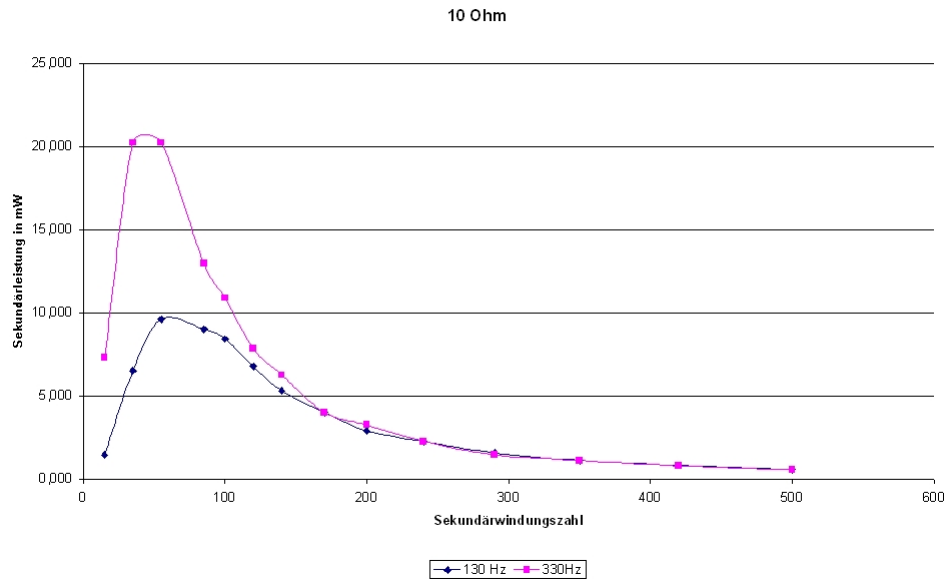


Abbildung 6: 10 Ohm

Anhand dieser Grafik kann man sehen, dass die Leistung der Sekundärspule bei einer bestimmten Windungszahl, etwa 55, ein Maximum hat. Die Stelle des Maximums ist für beide Frequenzen etwa gleich. Jedoch hat dieser Transformator bei 330 Hz eine höhere Ausgangsleistung als bei 130 Hz (größer Faktor 2). Die zu 130 Hz gehörige Kurve besitzt ein breiteres Maximum, als die von 330 Hz, was bedeutet, dass in einem größeren Bereich der Sekundärwindungszahlen eine relativ große Leistung abgegeben wird. Beide Kurven werden asymptotisch für große Windungszahlen bei einer Leistung von 0 W enden.

3.6 100 Ohm

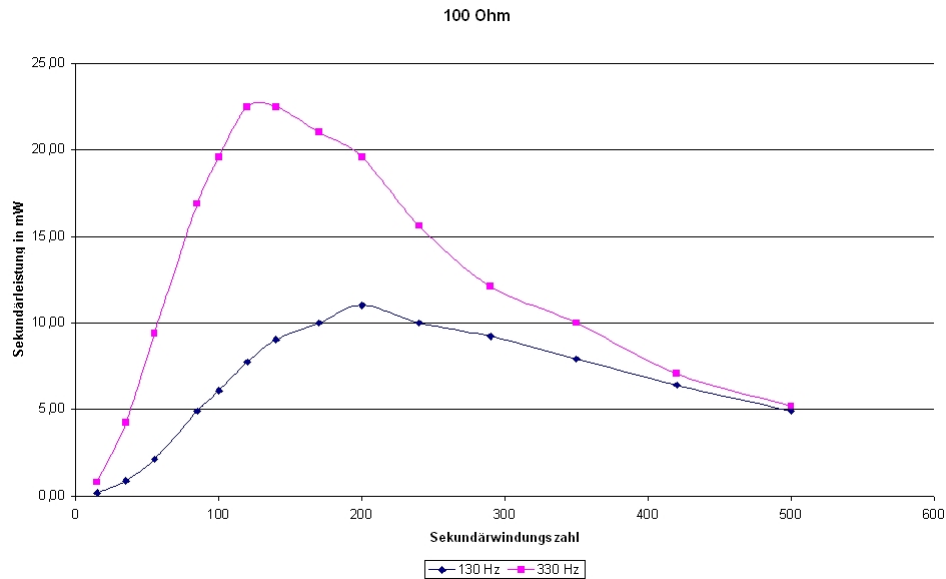


Abbildung 7: 100 Ohm

Bringt man einen Widerstand von 100 Ohm in den Sekundärkreis, so wird eine höhere Ausgangsleistung erzielt wie bei 10 Ohm. Die Leistungsmaxima von 130 und 330 Ohm sind verschoben und deutlich breiter als bei 10 Ohm.

3.7 Kopplungsgrad

Der Gauß-Fehler des Kopplungsgrades $\Delta\kappa$ berechnet sich wie folgt:
Kopplungsgrade bei 130 Hz:

N_2	L_1 in mH	L_2 in mH	L_{12} in mH	κ	$\Delta\kappa$
55	8,045	9,614	8,3950	0,9546	0,0114
170	8,045	88,697	26,2343	0,9821	0,0265
350	8,220	366,614	54,2176	0,9889	0,0239

Kopplungsgrade bei 330 Hz:

N_2	L_1 in mH	L_2 in mH	L_{12} in mH	κ	$\Delta\kappa$
55	7,9182	8,256	7,5582	0,9348	0,0129
170	7,9182	82,746	24,4743	0,9561	0,0287
350	7,9182	357,757	50,3883	0,9750	0,0578

Man sieht, dass es zwar Werte größer als eins gibt (eigentlich nicht möglich), die Abweichung von 1 jedoch im Intervall des Gauß-Fehlers liegt. Insgesamt vergrößert sich der Fehler mit steigender Sekundärwindungszahl, weshalb sich dann etwas ungenauere Aussagen über κ treffen lassen. Des Weiteren liegt der Kopplungsgrad doch recht nahe bei dem Idealwert, was auf eine gute magnetische Kopplung zwischen den beiden Spulen schließen lässt.

3.8 Impedanz

Formel zur Berechnung der Impedanz des Sekundärstromkreises:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L_2)^2}$$

Bei maximaler Ausgangsleistung folgt:

	10 Ω , 130 Hz	10 Ω , 330 Hz	100 Ω , 130 Hz	100 Ω , 330 Hz
N_2	55	55	200	170
Z	12,715	19,825	140,443	198,585
ΔZ	0,1157	0,3580	4,2963	8,1095

3.9 Übersetzungsverhältnisse

3.9.1 10 Ohm

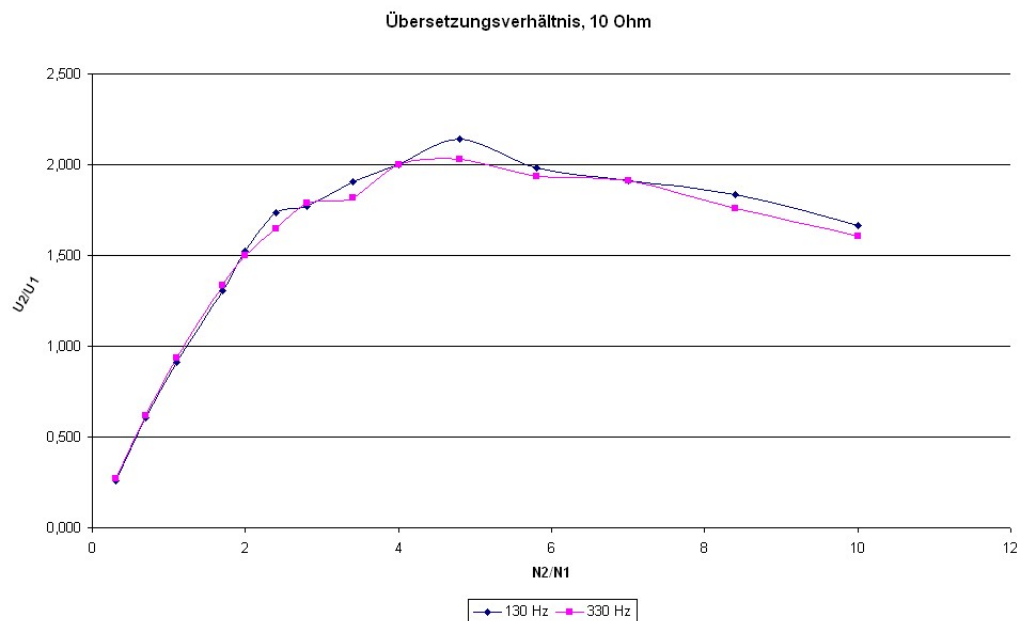


Abbildung 8: Übersetzungsverhältnis bei 10 Ohm

Man sieht, dass die Kurven bis einem Windungszahlenverhältnis von etwa '3' linear verläuft. Danach flachen sie etwas ab, bis sie bei etwa '5' wieder sinken. Beide Graphen, der von 130 Hz und der von 330 Hz, sind in erster Näherung dekungsgleich.

3.9.2 100 Ohm

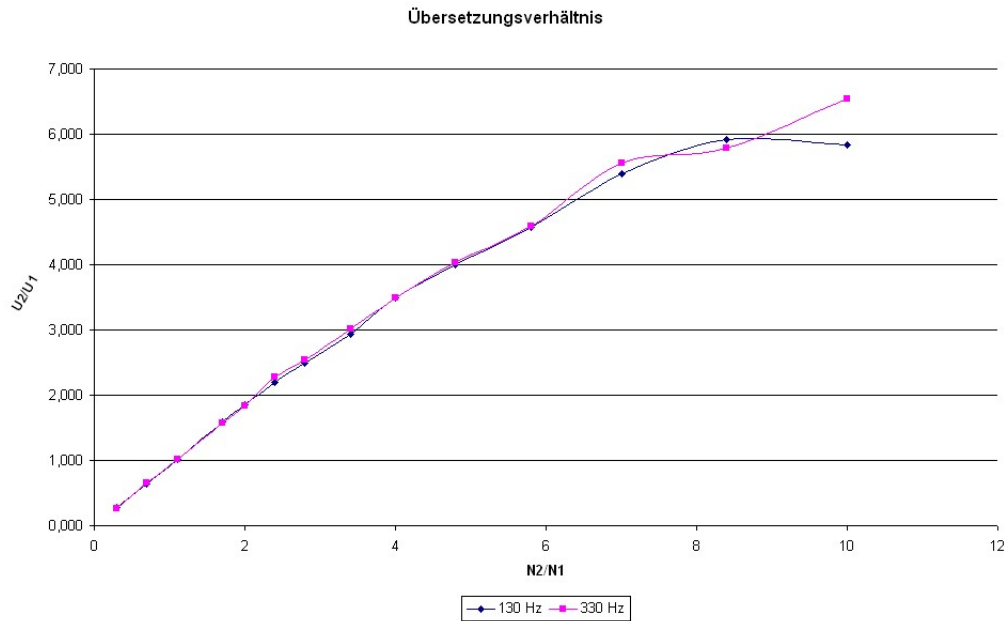


Abbildung 9: Übersetzungsverhältnis, 100 Ohm

Bei einem Widerstand von 100 Ohm verlaufen die Kurven bis zu einem Windungszahlenverhältnis von etwa '7' linear. Danach weiten sich die beiden Graphen etwas auf.

4 Literaturverzeichnis

1. Demtröder Experimentalphysik 2, 3. Auflage, Springer: S.107-112, S.154 f., S.156, S.126f., S.86
2. http://de.wikipedia.org/wiki/Spule_%28Elektrotechnik%29
3. http://de.wikipedia.org/wiki/Maxwellsche_Gleichungen