

Fortgeschrittenenpraktikum der Physik

DAS MICHELSON-INTERFEROMETER ALS FOURIER-SPEKTROMETER

Versuch 12



Durchführung: 28 Juli 2008

Erste Abgabe: 05.08.2008

Gruppe: 717

Betreuer: Katrin Hübner

Tobias Meisch
tobias.meisch@uni-ulm.de

Oliver Heinrich
oliver.heinrich@uni-ulm.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	4
1.1	Wellenfunktionen	4
1.2	Kohärenz	5
1.2.1	Allgemeine Definition	5
1.2.2	Kohärenzlänge	5
1.2.3	Kohärenzzeit	5
1.3	Interferenz	6
1.4	Spektren von Gasen	6
1.5	Aufspaltung der Na-Doppellinie	6
1.6	Michelson-Interferometer	6
1.7	Fouriertransformation	7
1.8	Funktionsweise eines Lasers	7
2	Versuchsbeschreibung	8
2.1	Versuchsaufbau	8
2.2	Bestimmung der Spiegelgeschwindigkeit	8
2.3	Bestimmung der Wellenlänge eines GaAs-Lasers	8
2.4	Bestimmung der Natrium-Doppellinie	8
2.5	Bestimmung der Spektrallinien von Cadmium	9
3	Versuchsauswertung	10
3.1	Bestimmung der Spiegelgeschwindigkeit	10
3.2	Bestimmung der Wellenlänge eines GaAs-Lasers	10
3.3	Bestimmung der Natrium-Doppellinie	10
3.4	Bestimmung der Spektrallinien von Cadmium	12

Abbildungsverzeichnis

1	Schwebungsfall [1]	5
2	Michelson-Interferometer	7
3	Ausschnitt aus Messwerten von Natriumdampfampe	11
4	Messwerte von Natriumdampfampe	12
5	erwartete Messkurve	13
6	Spektrum von Cadmium	13

Tabellenverzeichnis

1	Geschwindigkeiten des Spiegels	10
2	Wellenlänge des GaAs-Lasers	11

Literatur

- [1] http://de.wikipedia.org/wiki/Bild:Beating_Frequency.svg
- [2] <http://de.wikipedia.org/wiki/Natrium-D-Linie>
- [3] <http://www.van-husen.de/downloads/spektralanalyse.pdf>

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Wellenfunktionen

Licht beschreibt man in den meisten Fällen durch seinen Wellencharakter. Jede Welle lässt sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$\psi(\vec{x}, t) = \psi_0 \cdot e^{i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \phi)}$$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ beschreibt dabei die Kreisfrequenz, \vec{k} den Wellenvektor, ϕ die Phasenverschiebung und ψ_0 die Amplitude der Wellenfunktion. Bei der Betrachtung von Wellenfunktionen in eindimensionalen Systemen gilt für den Wellenvektor $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$. In mehrdimensionalen Systemen zeigt dieser immer in die Ausbreitungsrichtung der Welle.

Treffen nun zwei Wellen aufeinander, so wechselwirken sie miteinander - man spricht von „Interferenz“. Durch einfache Addition der beiden Wellenfunktionen erhält man die resultierende Welle:

$$\psi_{res}(\vec{x}, t) = \psi_{01} \cdot e^{i(\omega_1 \cdot t - \vec{k}_1 \cdot \vec{x} + \phi_1)} + \psi_{02} \cdot e^{i(\omega_2 \cdot t - \vec{k}_2 \cdot \vec{x} + \phi_2)}$$

Man kann sie auch bei gleicher Amplitude in den folgenden Term umformen (in unserem Fall nur Betrachtung in einer Dimension):

$$\begin{aligned} \psi_{res} &= \psi_0 \cdot (\sin(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x + \phi_1) + \sin(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x + \phi_2)) \\ &= 2\psi_0 \sin\left(\frac{\omega_1 t - k_1 x + \phi_1 + \omega_2 t - k_2 x + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_1 t - k_1 x + \phi_1 - \omega_2 t + k_2 x - \phi_2}{2}\right) \end{aligned}$$

Nun können wir zwei entscheidende Fälle betrachten:

- $\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow k_1 = k_2$: Für unsere Wellengleichung bedeutet dies:

$$\psi_{res} = 2\psi_0 \sin\left(\omega t - kx + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)$$

Gilt nun $\Delta\phi = 2n \cdot \pi$ ($n \in \mathbf{N}$; $\Rightarrow \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) = 1$) so spricht man von konstruktiver Interferenz, dh. es bildet sich eine Welle mit doppelter Amplitude.

Für $\Delta\phi = (2n + 1) \cdot \pi$ ($\Rightarrow \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) = 0$) tritt destruktive Interferenz auf. Die Wellen löschen sich gegenseitig aus, dh. die Amplituden sind jeweils Null.

- $\omega_1 \neq \omega_2 \Rightarrow k_1 \neq k_2$: Die Wellenfunktion vereinfacht sich zwar nicht, lässt sich aber anschaulicher umschreiben:

$$\psi_{res} = 2\psi_0 \sin\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)x + \phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)x + \phi_1 - \phi_2}{2}\right)$$

Der Kosinus in dieser Funktion variiert die Amplitude der eigentlichen Sinusschwingung - bildet also eine „Einhüllende“, die mit der verringerten Frequenz $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ schwingt. Der Sinus schwingt mit der kombinierten Frequenz $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$.

Folgende Grafik veranschaulicht nocheinmal den Schwebungsfall:

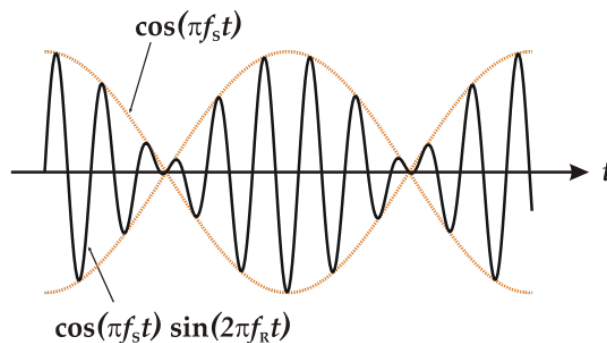


Abbildung 1: Schwebungsfall [1]

1.2 Kohärenz

1.2.1 Allgemeine Definition

Ist der Phasenunterschied zweier oder mehrerer Wellen an jedem beliebigen Ort zeitlich konstant, so werden diese als kohärent bezeichnet. Dies ist eine Grundvoraussetzung dafür, Interferenzerscheinungen beobachten zu können. Natürliche Lichtquellen (Sonne, Glühlampe, Feuer) sind inkohärent und erzeugen daher keine Interferenzen.

Bei harmonischen Wellen bedeutet dies: Die Frequenzzahl, die Wellenlängen und die Polarisierung sind identisch.

Zu beachten ist, dass bei einer Inhomogenität des durchstrahlten Mediums plötzliche Wellenlängenänderungen möglich sind. Somit muss auch ein homogenes (in Bezug auf den Brechungsindex) Medium Voraussetzung sein.

1.2.2 Kohärenzlänge

Da es in der Praxis nicht möglich absolut kohärentes Licht zu erzeugen, hat man als Maßstab für die „Qualität“ der Kohärenz, den Begriff „Kohärenzlänge“ eingeführt. Geht man von dem Punkt t_0 aus, wo der Phasenunterschied noch 0 beträgt ($\Delta\phi(t_0) = 0$), so bezeichnet die Kohärenzlänge die Strecke, die das Licht zurücklegt, bis der Phasenunterschied genau 2π erreicht. Bei Leuchtstoffröhren beträgt diese Länge nur wenige Millimeter, bei modernen Lasern hingegen können mehrere Kilometer erreicht werden. Bei absoluter Kohärenz wäre sie folglich ∞ .

1.2.3 Kohärenzzeit

Direkt aus der Kohärenzlänge lässt sich auch die Kohärenzzeit ableiten. Sie ist diejenige Zeitdauer, die das Licht benötigt, um die Kohärenzlänge zurückzulegen. Sie hängt also direkt vom durchlaufenen Medium ab.

Mit Hilfe des Spektrums eines Lasers lässt sich sehr leicht die Herleitung der Formel für die Kohärenzzeit veranschaulichen.

Zwischen zwei Wellen in einem Laserspektrum der Frequenzen ν_1 und ν_2 , mit dem Frequenzunterschied $\Delta\nu$ gilt Folgendes für die Phasendifferenz:

$$\Delta\phi(t) = 2 \cdot \pi \cdot (\nu_2 - \nu_1) \cdot (t - t_0)$$

Wir bezeichnen $t - t_0$ als die Kohärenzzeit Δt_c , genau dann wenn $\Delta\phi(t) = 2\pi$ beträgt. Also:

$$\Delta t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$$

1.3 Interferenz

Treffen mehrere kohärente Wellen aufeinander, so überlagern sie sich - man spricht von Interferenz. Interferenz kann man zum Beispiel bei optischen Gittern oder transparenten Schichten mit höheren Brechungsindizes beobachten. Man unterscheidet zusätzlich noch zwischen konstruktiver (die Intensität der Wellen erhöht sich) und destruktiver (die Intensität nimmt ab) Interferenz.

1.4 Spektren von Gasen

Wenn weißes Licht auf ein chemisches Element trifft, so werden Wellen einer ganz bestimmten Frequenz absorbiert (d.h. Elektronen nehmen die Energie auf und wechseln dadurch ihr Energieniveau). Da jedes Element andere Wellenfrequenzen absorbiert, kann man es anhand einer Spektralanalyse eindeutig nachweisen. Es wird also ein Element mit weißem Licht beleuchtet, so dass in der Folge eine dunkle Linie im kontinuierlichen Spektrum des einfallenden Lichts zu beobachten ist. Damit das Licht überhaupt durch das zu untersuchende Element durchdringen kann, muss es im gasförmigen Zustand vorliegen.

1.5 Aufspaltung der Na-Doppellinie

Die Natrium-D-Linie ist die bedeutendste Spektrallinie im Spektrum von Natrium. Bei genauerer Betrachtung stellt man jedoch fest, dass es sich hier genau genommen um zwei Linien handelt, die durch die Spin-Bahn-Kopplung hervorgerufen wird. Die Wellenlängen [2] haben Werte von $\lambda_1 = 588,9965 \text{ nm}$ und die andere eine Wellenlänge von $\lambda_2 = 589,5932 \text{ nm}$. Sie liegen also lediglich $0,6 \text{ nm}$ auseinander - was auch der Grund dafür ist, dass diese beiden Wellenlängen bei einer Natriumlampe miteinander interferieren. Dies drückt sich in einer Schwebung der Wellenfunktionen aus.

1.6 Michelson-Interferometer

Bei dem Michelson-Interferometer (benannt nach dem amerikanischen Physiker Albert Abraham Michelson) handelt es sich um einen Aufbau, der aus einem Laser, zwei Spiegeln und einem semitransparenten Spiegel handelt.

Der Laser sendet kohärentes Licht auf den semitransparenten Spiegel aus. Dieser reflektiert genau die Hälfte der Lichtstrahlen, die schließlich auf den Spiegel 1 treffen - die andere Hälfte werden durchgelassen und treffen auf den Spiegel 2, der in seiner Position verstellbar ist.

Besitzen nun die beiden Spiegel 1 und 2 einen unterschiedlichen Abstand zu dem Strahlenteiler, so treffen bei dem Beobachter Lichtstrahlen auf, die unterschiedliche Phasen

bzw. Gangunterschiede aufweisen. Je nach Abstand des Spiegels 2, können Intensitätsmaxima beziehungsweise -minima beobachtet werden.

Weltweite Bekanntheit erfuhr dieser Versuchsaufbau bei dem Beweis 1887, dass Licht kein Medium braucht (also kein Äther, wie man bis dahin das hypothetische Medium genannt hatte), um sich fortbewegen zu können.

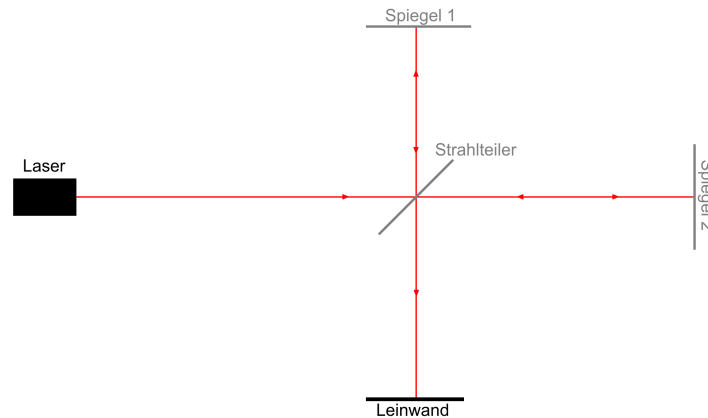


Abbildung 2: Michelson-Interferometer

1.7 Fouriertransformation

Durch die Fouriertransformation transformiert man eine Funktion im Ortsraum in eine Funktion im Frequenzraum.

Für die Transformation gilt:

$$\mathfrak{F}\{x(t)\} = \hat{x}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt$$

Es kann jedoch auch eine Frequenzfunktion in den Ortsraum transformiert werden:

$$\mathfrak{F}\{\hat{x}(\omega)\} = x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

Für eine Sinusfunktion zum Beispiel erhalten wir in dem Frequenzraum einen Peak, der die Frequenz der Sinusfunktion wiedergibt.

1.8 Funktionsweise eines Lasers

Das Herz des Lasers besteht aus dem aktiven Medium, welches aus einem bestimmten Material (zB. Helium-Neon) besteht. Durch die Energiepumpe werden einzelne Elektronen des aktiven Mediums auf höhere Energieniveaus gebracht. Springt nun ein Elektron wieder auf die untere Atomschale, so sendet es Licht einer bestimmten Wellenlänge aus. Der ausgesandte Lichtquant bringt andere Elektronen ebenfalls zum Aussenden von Lichtquanten. Diese haben aufgrund der gleichen Atomstruktur die gleiche Wellenlänge und

schwingen in Phase mit dem Ausgangsquant. An einem Ende wird ein perfekt reflektierender und am anderen Ende ein semitransparenter Spiegel angebracht. Dadurch werden immer ein Teil der Lichtquanten im aktiven Medium gehalten, die andere Elektronen zum Aussenden von elektromagnetischen Wellen bringen. Die Energiepumpe bringt die Elektronen jeweils wieder auf höhere Energieniveaus. So werden durch einen Laser hochkohärente monochromatische Lichtstrahlen erzeugt.

Das aktive Medium kann ein Festkörper (zB. ein Halbleiter) aber auch ein Gasgemisch wie zum Beispiel Helium-Neon sein, wobei das Helium lediglich als Energievermittler dient und die einzelnen Lichtquanten von den Neonatomen ausgehen.

2 **Versuchsbeschreibung**

2.1 **Versuchsaufbau**

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Michelson-Interferometer, wie es in Abbildung 2 skizziert ist. Des Weiteren stehen Spiegel, verschiedene Lichtquellen, Filter und Detektoren zum Ändern des Aufbaus zur Verfügung. Der gesamte Aufbau steht auf einem luftgelagerten Tisch, damit die unvermeidbaren Schwingungen des Raumes nicht oder nur abgeschwächt an die Messapparatur weiter gegeben wird. Der mit sich selbst interferierende Laserstrahl gelangt in einen Detektor, welcher sowohl an einem Analog-Digital-Wandler angeschlossen ist, um das Signal mit dem Computer aufnehmen zu können, als auch an einem Oszilloskop, damit man schon während der Messung das Signal quantitativ sichtbar machen kann, was einem beim Justieren des Strahlengangs hilft. Um den Aufbau hängt ein dicker Vorhang, damit nicht allzu viel Licht von außen auf den Detektor treffen kann.

2.2 **Bestimmung der Spiegelgeschwindigkeit**

Um die Spiegelgeschwindigkeit des mittels eines Motors langsam bewegten Spiegels zu bestimmen nutzen wir einen roten Helium-Neon-Laser. Damit der Photodetektor durch große Intensitäten nicht zerstört wird, bauen wir einen Filter in den Strahlengang. Um den festen Spiegel so einzustellen, damit der Laserstrahl mit sich interferieren kann, entnehmen wir den Detektor und achten darauf, dass an der Wand ein rotes Blinklicht durch abwechselnde Minima und Maxima entsteht. Der Detektor muss nun so angebracht werden, dass man eine Sinuskurve auf dem Oszilloskop erkennen kann.

2.3 **Bestimmung der Wellenlänge eines GaAs-Lasers**

Für diesen Versuchsteil tauschen wir den He-Ne-Laser gegen einen Festkörperlaser mit Gallium-Arsenid als aktives Medium aus. Die Justierung ist die gleiche wie in Abschnitt 2.2 beschrieben.

2.4 **Bestimmung der Natrium-Doppellinie**

Bei diesem Versuch verwendeten wir anstatt eines Lasers eine Natrium-Dampflampe. In dieser entsteht das gelbe Licht durch Gasentladung. Bei der Justierung stellen wir den

Spiegel so ein, dass sich die Minima und Maxima der Interferenzringe auf dem Photomultiplier bewegen. Die Funktionsweise eines Photomultiplier ist folgende: Auftreffende Photonen lösen durch den Photoeffekt Elektronen aus, die dann auf eine Elektrode (Dynode) beschleunigt werden, wo sie weitere Elektronen auslösen. Diese gelangen dann auf weitere Dynoden, wodurch ein größerer Photostrom entsteht.

2.5 Bestimmung der Spektrallinien von Cadmium

Um die Spektrallinien von Cadmium zu erhalten, tauschen wir die Natriumdampfampe gegen eine grünleuchtende Cadmiumdampfampe aus. Des Weiteren befindet sich der He-Ne-Laser im Versuchsaufbau. Dieser dient dazu, um die Nichtlinearität der Spiegelbewegung aus der Messung der Cadmiuminterferenz heraus zu rechnen. Dies übernimmt ein PC-Programm. Damit das Laserlicht nicht vollständig in den Photomultiplier leuchtet, stellen wir zwischen diesen und den Strahlteiler einen Spiegel, der den Laser auf einen Photodetektor umleitet. Wir messen also diesmal zwei Kanäle gleichzeitig. Das Problem an der Justierung ist, dass sowohl die lichtschwache Cadmiumlampe, als auch der intensive Laser in die gleichen Richtungen leuchten und es deshalb schwer ist, das Laserlicht von dem Photomultiplier fern zu halten und gleichzeitig noch genug Cadmiumlicht ankommen zu lassen.

3 Versuchsauswertung

3.1 Bestimmung der Spiegelgeschwindigkeit

Der bewegliche Spiegel des Interferometers wird mit Hilfe eines Elektromotors mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt. Diese Geschwindigkeit zu ermitteln, ist unsere erste Aufgabe. Dazu verwenden wir einen Helium-Neon-Laser mit einer bekannten Wellenlänge von $\lambda_{HeNe} = 632,8nm$. Für die Geschwindigkeit gilt:

$$v_s = \frac{n \cdot \lambda_{HeNe} \cdot \nu}{2 \cdot N_{MP}} \quad (1)$$

n ist hierbei die Anzahl der Minima, ν die Messrate (hier 32 Messungen pro Sekunde) und N_{MP} die Anzahl der Messpunkte insgesamt. Mit drei Messreihen erhalten wir folgende Werte:

	Messung 1	Messung 2	Messung 3
Messpunktabstand:	16372	16364	16366
# Minima:	816	804	802
Geschwindigkeit / $\frac{\mu m}{s}$:	0,5046	0,4975	0,4962
<hr/>			
MW-Geschw. / $\frac{\mu m}{s}$:	0,4994		
St.Abw.-Geschw. / $\frac{\mu m}{s}$:	0,0046		

Tabelle 1: Geschwindigkeiten des Spiegels

Die von uns in den nächsten Versuchsteilen verwendete Geschwindigkeit des Spiegels beträgt also $v_s = 499,4 \frac{nm}{s}$

3.2 Bestimmung der Wellenlänge eines GaAs-Lasers

Im zweiten Versuchsteil ist es unsere Aufgabe die Wellenlänge eines Gallium-Arsenid-Lasers zu bestimmen. Wir wissen nun die Geschwindigkeit des Spiegels und können Gleichung 1 nach λ auflösen:

$$\lambda_{GaAs} = \frac{2 \cdot N_{MP} \cdot v_s}{n \cdot \nu} \quad (2)$$

Mit einer Messrate von ebenfalls 32 Messungen pro Sekunde erhalten wir folgende Werte:

Wir erhalten also eine Wellenlänge für den GaAs-Laser von 634,594nm. Ein Vergleich mit dem Literaturwert (640nm) ergibt einen prozentualen Fehler von 0,84%.

3.3 Bestimmung der Natrium-Doppellinie

Als nächstes sollten wir mit Hilfe einer Natriumdampfampe die Wellenlängen der Natrium-Doppellinie bestimmen. Durch die Überlagerung der beiden nah beieinander liegenden

	Messung 1	Messung 2	Messung 3
Messpunktabstand:	16352	16364	16360
# Minima:	811	806	797
Wellenlänge / nm:	629,348	633,717	640,716
<hr/>			
MW-Wellenlänge / nm:	634,594		
St.Abw.-Wellenlänge / nm:	5,735		

Tabelle 2: Wellenlänge des GaAs-Lasers

Wellenlängen erhalten wir eine Schwebung. Anhand der Schwebefrequenz und der Oszillierfrequenz sollten wir auf die einzelnen Wellenlängen schließen können. Leider hatten wir bereits mit der Auswertung der Aufzeichnung des Programms Probleme. Das Programm sollte uns die Anzahl der Minima zählen. Doch leider haben wir viele Störsignale (in Abbildung 3 rot umkreist), die von dem Programm als echte Intensitätsminima registriert worden sind. Daher haben wir falsche Werte für unsere Auswertung erhalten, die diese unmöglich macht.

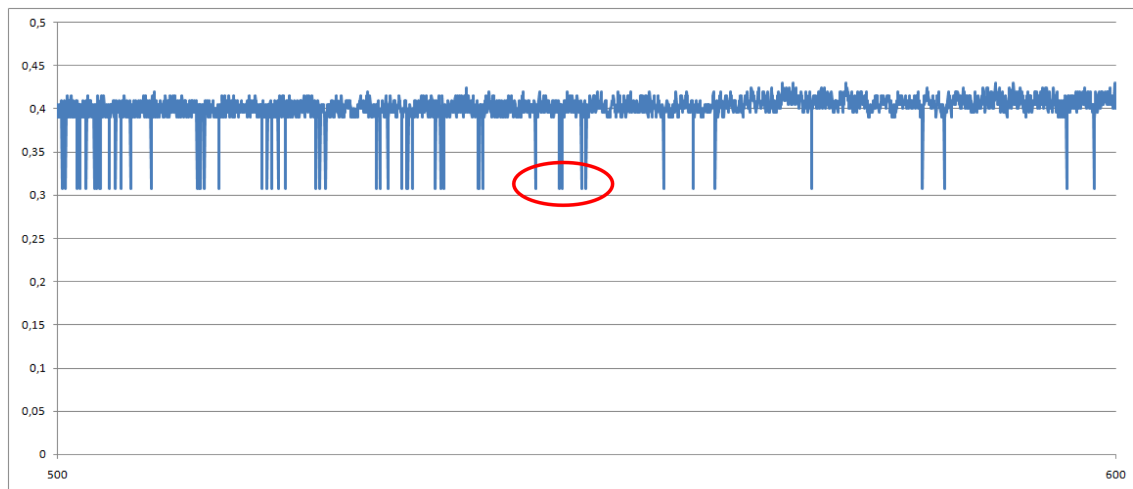


Abbildung 3: Ausschnitt aus Messwerten von Natriumdampfampe

Für das Gesamtbild der Messung erhielten wir folgendes:

Hier sehen wir auch, dass ein Ablesen der Wellenlänge der Einhüllenden fast unmöglich ist. Ein brauchbares Messergebnis müsste in etwa so aussehen (mit Maple die Funktion $y(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos(50 \cdot x)$ geplottet):

Ein Spektrum von Natrium konnten wir wegen diesen Problemen deshalb auch nicht erstellen.

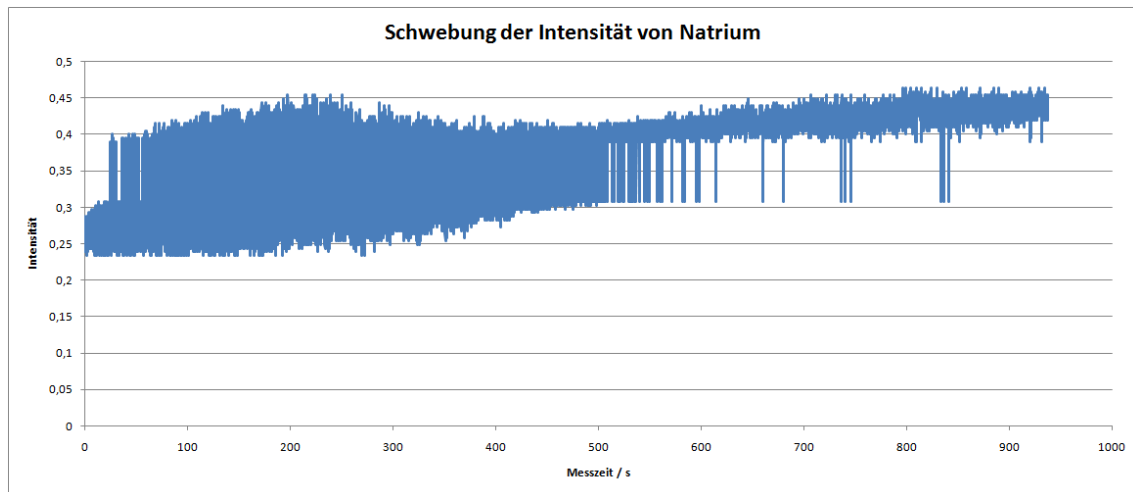


Abbildung 4: Messwerte von Natriumdampfampe

3.4 Bestimmung der Spektrallinien von Cadmium

Im letzten Versuchsteil untersuchten wir eine Cadmium-Dampfampe. Wir erhalten folgendes Spektrum:

Den größten Peak bei einer Wellenlänge von 627,10nm können wir eindeutig unserem HeNe-Laser mit einer Wellenlänge von 627nm zuordnen. Bei den anderen Cadmiumwerten haben wir jeweils einen Offset von ungefähr 3nm. So erhalten wir zum Beispiel einen Intensitätspeak bei 640,45nm (Literatur [3]: 643,85nm). Weitere Peaks können wir Cadmium zuordnen: 632,87nm (635,99nm) , 504,09nm (508,58nm) , 476,38nm (479,99nm) , 463,64nm (467,82nm). Dem Literaturwert für die Wellenlänge von 441,46nm können wir keinen entsprechenden Peak zuordnen.

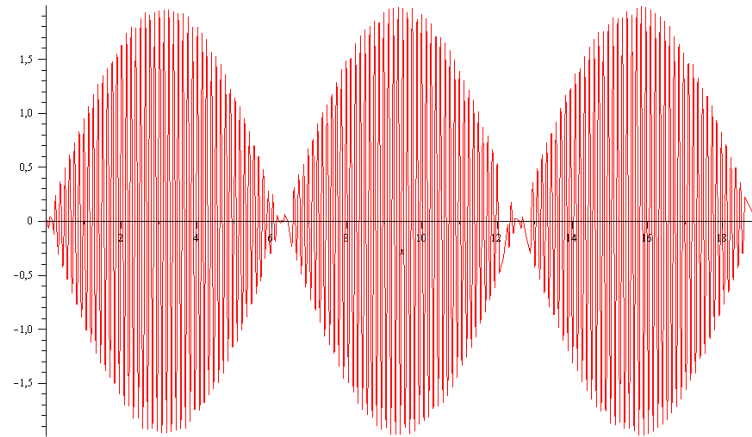


Abbildung 5: erwartete Messkurve

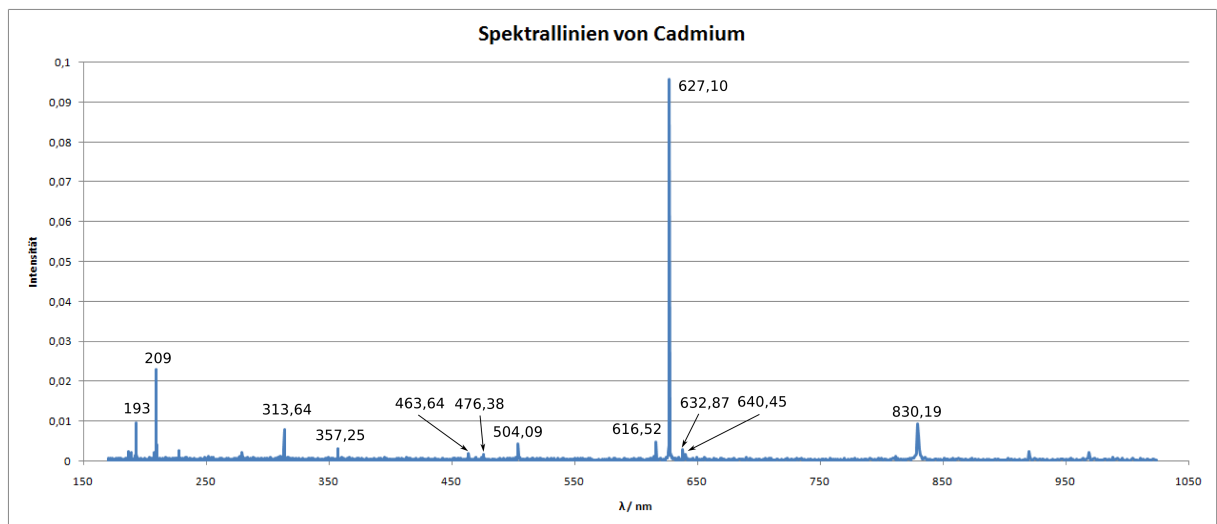


Abbildung 6: Spektrum von Cadmium